ROZHLEDY

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ

ČASOPIS PRO ZÁJEMCE O MATEMATIKU, FYZIKU A INFORMATIKU

ROČNÍK 94 (2019) • ČÍSLO 3

Vydává Jednota českých matematiků a fyziků
tel.: 222 090 708-9, e-mail: jcmf@math.cas.cz
za podpory MFF UK Praha a FJFI ČVUT Praha

Vycházejí 4 čísla v kalendářním roce

Obálku navrhl Bohuslav Šír

Sazbu programem TEX připravil RNDr. Miloslav Závodný

Adresa redakce: MFF UK, V Holešovičkách 2, 182 00 Praha 8 – Troja
e-mail: rozhledy@jcmf.cz

Internetové stránky časopisu: https://rozhledy.jcmf.cz/

Vytiskla Tiskárna Pohlline, Zálesí 1126/88, 142 00 Praha 4

Distribuci pro předplatitele provádí v zastoupení vydavatele
MYRIS TRADE, s. r. o.
Budova A, 3. patro, Türkova 828/20, 149 00 Praha 4
tel.: 296 371 202, fax: 296 371 201, e-mail: myris@myris.cz

ISSN 0035-9343 MK ČR E4691

Příklad do hodiny věnované statistice

Ondřej Vencálek, PřF UP, Olomouc

1. Úvod

Dal jsem si následující úkol: prostřednictvím krátké (maximálně 45minutové) přednášky motivovat studenty středních škol ke studiu statistiky. Motivovat někoho ke studiu určitého předmětu podle mého znamená nejprve odpovědět na tradiční otázku „k čemu je, či může být, tento předmět dobrý?“, a poté ukázat, že daný předmět je nejen „užitečný“, ale také „zábavný“ – že úsilí vložené do studia je vyváženo radostnými pocity v situacích, kdy člověk přijde na něco, co se zprvu zdálo nejasné. Studenti, kteří mají v oblibě matematiku (především pro ně je přednáška určena), ten radostný, snad až objevitelský pocit dobře znají. Nicméně i ti, kteří neocení krásy statistiky jako matematické disciplíny, mohou ve statistice objevit poměrně univerzálního pomocníka při hledání odpovědí na otázky z nejrůznějších oborů lidské činnosti.

2. Otázky – data – analýzy – odpovědi

První část motivační přednášky má studenty přesvědčit o „užitečnosti“ statistiky.

Lidé pracující v různých oborech si kladou velice rozmanité otázky:

- „Který výrobek má být umístěn na první straně reklamního letáku, aby přilákal co nejvíce zákazníků?“ ptá se zaměstnanec firmy vyrábějící kosmetiku zodpovědný za tvorbu reklamních letáků.
- „Jak stanovit kritéria, která musí splňovat žadatel o hypotéku, tak, aby hypotéka byla poskytována pokud možno jen těm klientům, kteří ji budou schopni bezproblémově splácet?“ ptá se ředitel banky.
- „Které úseky silnic jsou nejnebezpečnější a bylo by dobré na to řidiče upozornit výstražnou cedulí?“ ptají se dopravní policisté.
- „Který ze tří dostupných typů léčby je nejvhodnější pro pacienty trpící určitou nemocí?“ ptají se výzkumníci–lékaři.
- „Která ze dvou různých výukových metod matematiky je vhodnější pro talentované žáky na prvním stupni ZŠ?“ ptá se ředitel školy.

Každá z těchto otázek s sebou většinou nese ještě mnoho dalších otázek a odpovědi nebývají jednoduché. Všechny výše uvedené příklady mají jedno společné – k jejich zodpovězení je třeba hodně zkušeností. Například školní inspektor, který měl možnost pozorovat a porovnávat výsledky žáků učených různými metodami, bude mít o vhodnosti metod pro určitou skupinu žáků dobrou představu. Zkušenost vzniká na základě mnoha pozorování, která si člověk shrnuje do obecných pravidel, např. „Metoda H je lepší pro všechny žáky bez rozdílu.“ nebo „Metoda H je lepší pouze pro žáky s vyšším IQ, pro ostatní je lepší druhá metoda.“ Proces získávání zkušeností můžeme podpořit systematickým zaznamenáváním svých pozorování – sběrem dat – a následnou analýzou těchto záznamů (dat) pomocí vhodných statistických metod. Snažíme se vlastně ve velké spoustě nasbíraných dat najít jednoduchá pravidla, která by poskytla odpovědi na námi kladené otázky.

Zápis na tabuli z této části je vyjádřen schématem:

otázky – data – analýzy – odpovědi

3. Příklad

Ukážeme si, jak taková statistická analýza může vypadat. Z časových důvodů se omezíme jen na opravdu jednoduché typy analýz. Pokud je to jen trochu možné, je dobré, aby studenti mohli vše sami vyzkoušet, což je možné, pokud se ukázková hodina odehrává v počítačové učebně, kde je k dispozici program Microsoft Excel (případně podobný software). Excel sice nepředstavuje špičku mezi softwarovými nástroji pro analýzu dat, ale zato je pro většinu studentů dostupný a mnozí jsou schopni ho velmi dobře používat. Data společně s níže popsanými analýzami jsou k dispozici na `https://rozhledy.jcmf.cz/wp-content/uploads/fev1.xlsx`. Studenti by v ideálním případě měli dostat k dispozici verzi obsahující pouze data.

3.1. Otázka, kterou si klademe

Nyní si ukážeme použití statistiky na příkladu z oblasti lékařského výzkumu. Dnes již víme mnoho o vlivu kouření na lidské zdraví. Je téměř neuvěřitelné, že první přesvědčivé důkazy o tom, že kouření způsobuje rakovinu plic, přinesli až v 50. letech 20. století Richard Doll a Tony Bradford Hill [1, 2]. Diskuse o vlivu tzv. pasivního kouření na lidské zdraví je aktuální stále. Na konci 70. let 20. století probíhal jeden z prvních výzkumů na toto téma. Část dat z této studie je k dispozici na webu časopisu Journal of Statistics Education[1]. Do studie byly zahrnuty děti a mládež z rodin, v nichž alespoň jeden z rodičů byl kuřák. Část z těchto mladistvých už sama měla zkušenost s kouřením (uvedli o sobě, že kouří, v dotazníku vyplněném v nepřítomnosti rodičů). Otázka, kterou si tehdy vědci kladli, zní:

Mají děti/mladiství, jejichž otec či matka kouří, horší funkci plic, pokud sami kouří, než jejich vrstevníci ve stejné rodinné situaci, kteří však sami nekouří?

Při snaze nalézt odpověď na tuto otázku pomocí analýzy výše uvedených dat se setkáváme s celou řadou problémů popsaných v článku [3]. Nejprve je třeba vysvětlit, jak vlastně změřit „fungování plic“. Jedním ze způsobů, jak to můžeme udělat, je pomocí tzv. spirometru. Tento přístroj umožní například změřit objem vzduchu (vyjádřený v litrech) vydechnutého během první sekundy „usilovného“ výdechu. Tato veličina se označuje FEV1 (Forced Expiratory Volume). Ukázka dat je uvedena v tabulce 1.

id	věk	výška (cm)	pohlaví	kouření	FEV1 (litry)
1	9	145	*Ž*	*0*	1,708
2	8	171	*Ž*	*0*	1,724
3	7	138	*Ž*	*0*	1,720
4	9	135	*M*	*0*	1,558
...					
653	16	160	*Ž*	*1*	2,795
654	15	169	*Ž*	*0*	3,211

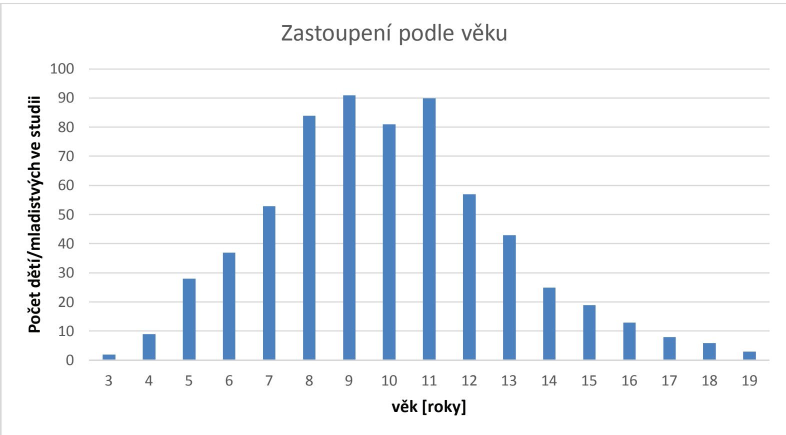
Tabulka 1: ukázka analyzovaných dat

Sloupec *id* je identifikačním číslem jedince v této studii (celkem jich je 654), sloupec *věk* obsahuje údaj o věku vyjádřený v letech, *výška* je udávaná v centimetrech, sloupec *pohlaví* obsahuje buďto symbol „Ž“, pokud jde o ženu, nebo symbol „M“, pokud jde o muže. Ve sloupci *kouření* se vyskytuje jedna z hodnot 1 (pro kuřáky) a 0 (pro nekuřáky). Veličina v posledním sloupci – *FEV1* – nás zajímá především, je měřená v litrech.

[1] `http://jse.amstat.org/jse_data_archive.htm`

3.2. Seznámení se s daty

Analýza téměř každé datové sady by měla začínat popisnou statistikou – jednoduchými souhrny jednotlivých veličin v datech. U *kvantitativních veličin*, jako je věk, výška či FEV1, můžeme vypočítat průměrné hodnoty (v excelu pomocí příkazu `PRŮMĚR`), u *kvalitativních veličin* je vhodným souhrnem četnostní tabulka, kterou v excelu můžeme získat pomocí příkazu `COUNTIF`. Zjistíme tak například, že z 654 dětí a mladistvých jich kouřilo 65, tedy necelých 10 %. Zastavme se ještě na okamžik u veličiny věk, jejíž povaha je kvantitativní (číselná), avšak udávaných hodnot je relativně málo (věk je uváděn celočíselně). Věk účastníků studie se pohyboval v rozmezí 3 až 19 let (s průměrnou hodnotou přibližně 10 let). Detailnější představu o věkovém složení skupiny účastníků studie si můžeme udělat opět pomocí zjištění četností jednotlivých věkových skupin (zjistíme, že nejvíce zastoupeny jsou věkové skupiny v rozmezí 8–11 let), jejichž hodnoty pak můžeme graficky znázornit pomocí sloupcového grafu, viz obr. 1.



Obr. 1: Zastoupení jednotlivých věkových skupin mezi účastníky studie

Je třeba přiznat, že tvorba této četnostní tabulky a následného grafu by studentům zřejmě zabrala více času, než umožňuje předem stanovený časový rámec, a je proto dobré je pouze seznámit s předem připraveným výsledným grafem. Pokud bychom analýze věnovali třeba dvě vyučovací hodiny, mohli bychom tvorbu grafu nechat na studentech.

3.3. První pokus o zodpovězení otázky

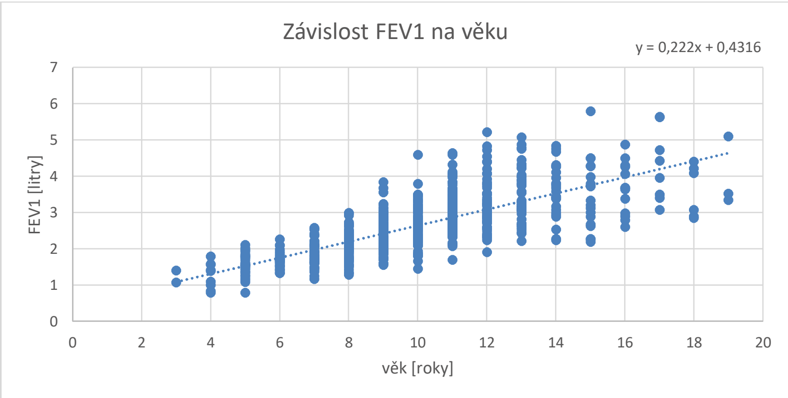
Dali jsme si za cíl zodpovědět otázku, která se týká vztahu veličin kouření a FEV1. Zajímá nás vlastně, jestli hodnoty veličiny FEV1 jsou jiné pro kuřáky než pro nekuřáky. Pokud mají pravdu ti, kteří tvrdí, že kouření škodí zdraví (a to je dnes převládající názor), mohlo by se to projevit třeba zhoršením fungování plic, tedy očekávali bychom nižší hodnoty veličiny FEV1 u kuřáků než u nekuřáků. Je tomu opravdu tak? Jak to zjistíme? Můžeme třeba spočítat průměrnou hodnotu FEV1 pro kuřáky a průměrnou hodnotu FEV1 pro nekuřáky. Je několik způsobů, jak to udělat. Uživatelé excelu většinou umí z dat vyfiltrovat jen určitou část, pro niž pak mohou spočítat průměr. Elegantnějším způsobem je však použití funkce `AVERAGEIF`. Pomocí ní snadno zjistíme, že průměrná hodnota FEV1 pro kuřáky je 3,28 litru, zatímco pro nekuřáky jen 2,57 litru. To je ovšem výsledek opačný, než bychom čekali! A zde je prostor zeptat se překvapených studentů, jak si takový výsledek vysvětlují. Možná se začnou pouštět do spekulací, jestli tedy kouřením vlastně plíce netrénujeme a nezvětšujeme tak jejich „kapacitu“. Možná si také uvědomí, že větší či menší hodnoty FEV1 v důsledku kouření nutně neznamenají, že kouření způsobuje nějakou nemoc. Pro zjištěný výsledek však existuje jednoduché plausibilní vysvětlení – kapacita plic úzce souvisí s fyziologickými rozměry dítěte, a tedy i s jeho věkem. Čím větší (starší) dítě/mladistvý je, tím větší hodnotu FEV1 můžeme očekávat. Kouření se přitom týká spíše starších účastníků studie.

Nyní je taky patrné, jak opatrní musíme být při formulaci otázky, na kterou se ptáme. Vraťme se k ní ještě jednou. Zajímá nás, zda *mají děti/mladiství, jejichž otec či matka kouří, horší fungování plic, pokud sami kouří, než jejich vrstevníci ve stejné rodinné situaci, kteří však sami nekouří?* Kdybychom ve formulaci otázky vynechali vyjádření specifikující, že jde o *vrstevníky*, tedy že chceme porovnávat kapacitu plic u stejně starých kuřáků a nekuřáků, dostali bychom sice správnou, ale zcela zavádějící odpověď, že kuřáci mají větší hodnoty FEV1 (větší kapacitu plic). Poznamenejme ještě, že z formulace otázky je také patrné to, že námi učiněné závěry se budou týkat pouze dětí/mladistvých, jejichž otec či matka kouří (o dětech nekuřáků nemáme v datech žádnou informaci).

3.4. Jak dojít k správné odpovědi

Zatím jsme si ukázali, jak ošidné mohou být závěry, pokud si analýzu příliš zjednodušíme. Jak ale udělat analýzu správně? Především se vraťme k tvrzení, že hodnoty FEV1 rostou s věkem dítěte/mladistvého.

Dá se tato skutečnost nějak doložit údaji v námi analyzovaných datech? Pomocí bodového grafu, v němž x-ové souřadnice jednotlivých bodů jsou určeny věkem a y-ové souřadnice hodnotami FEV1 jednotlivých dětí, můžeme ukázat, že u starších dětí jsou hodnoty FEV1 vskutku vyšší, viz obr. 2.



Obr. 2: Závislost hodnot FEV1 na věku

Otázkou je, jak tuto závislost popsat. Omezíme se na velmi jednoduchý model lineární závislosti hodnot FEV1 na věku. Graficky si to můžeme představit tak, že body proložíme přímkou (viz obr. 2). Tuto přímku popíšeme rovnicí

$$y = ax + b,$$

kde y jsou očekávané hodnoty FEV1 odpovídající věku x. Parametry přímky a a b jsou pro nás neznámé, můžeme je však odhadnout z dat (a to takzvanou metodou nejmenších čtverců, jejíž princip však není nutno nyní objasňovat). Odhady parametrů a a b zjistíme v excelu tak, že klikneme na body v bodovém grafu pravým tlačítkem a zvolíme možnost **`Přidat spojnici trendu`**. Ponecháme lineární tvar trendu a zaškrtneme možnost **`Zobrazit rovnici v grafu`**. Tím získáme rovnici přímky s již konkrétními odhady parametrů a a b, která má v našem případě podobu

$$y = 0{,}22x + 0{,}43.$$

Vidíme tedy, že jeden rok věku navíc znamená v průměru přibližně o 0,2 litru větší hodnoty FEV1.

Je nanejvýš důležité nespokojit se jen s výpočtem odhadu parametrů, ale vypočtené hodnoty také interpretovat tak, jako jsme to právě nyní udělali s hodnotou odhadu parametru a (0,22). Poznamenejme, že parametr b, jehož hodnotu jsme odhadli na přibližně 0,43 (litru), má význam očekávané hodnoty FEV1 při nulové hodnotě x, tedy „při narození“. K této hodnotě bychom opravdu dospěli, kdybychom graf přímky „protáhli“ tak, abychom našli průsečík se svislou osou ($x = 0$). Excel vykreslil jen část přímky odpovídající hodnotám x v rozmezí, v němž máme data v našem souboru (3 až 19 let). Možná je to dobrá připomínka toho, že bychom měli být velmi opatrní při „extrapolaci“ našich závěrů mimo toto rozmezí, resp. že bychom se takovýchto extrapolací měli raději vyvarovat – ve skutečnosti o hodnotách FEV1 při narození nevíme z námi analyzovaných dat vůbec nic.

Parametry přímky můžeme získat také pomocí funkce `LINREGRESE` z nabídky excelu `Vzorce – Vložit funkci`. Protože jsou výstupem této funkce dvě čísla – odhady parametrů a a b, musíme nejprve označit dvě buňky, do kterých má být výsledek zapsán, poté vložit výše uvedenou funkci `LINREGRESE`, kde za y dosazujeme hodnoty ze sloupce FEV1 a za x hodnoty ze sloupce věk. Vložení funkce však potvrdíme nikoliv obvyklým zmáčknutím klávesy Enter, ale zmáčknutím kláves Ctrl+Shift+Enter, které se používá v situaci, kdy vkládáme vzorec do vícero buněk najednou (v našem případě jsou dvě).

Z předchozích úvah je patrné, že pro správné zodpovězení námi položené otázky musíme ve svých analýzách zohledňovat nejen to, zda daný jedinec kouří, ale také, jakého je věku. Nejjednodušší model předpokládá, že hodnoty FEV1 se u kuřáků a nekuřáků liší o konstantu, která se s věkem nemění, tedy že závislost FEV1 na věku je stejná u kuřáků jako u nekuřáků. Tento model zapíšeme následovně:

$$y = ax + b, \quad \text{pro nekuřáky,}$$

$$y = ax + c, \quad \text{pro kuřáky.}$$

Rozdíl mezi stejně starými nekuřáky a kuřáky je v tomto případě

$$(ax + b) - (ax + c) = b - c,$$

nezávisí tedy na x (na věku). Směrnice přímky udávající závislost FEV1 na věku je pro kuřáky stejná jako pro nekuřáky (je rovna a).

Výše uvedený model můžeme zapsat také následovně:

$$y = ax + (c - b)z + b,$$

kde z je veličina nabývající hodnoty 1 pro kuřáky a 0 pro nekuřáky. Hodnoty veličiny z máme v datech ve sloupci `kouření`. Odhady parametrů v tomto modelu (a, b a $c - b$) získáme snadno opět použitím funkce `LINREGRESE`. Protože však máme parametry tři, musíme označit tři buňky, kam budeme vkládat výsledek. Jako `pole_x` tentokrát označíme hodnoty ve sloupcích věk a kouření. Nakonec opět nezapomeneme potvrdit zadání kombinací kláves Ctrl+Shift+Enter.

Odhady parametrů, které takto získáme, jsou 0,23 pro parametr a (výsledek je tedy obdobný tomu, který jsme zjistili v předchozí analýze), 0,37 pro parametr b a $-0{,}21$ pro rozdíl $c - b$.

Odhadli jsme tedy, že při porovnání dětí/mladistvých stejného věku, jejichž rodiče kouří, mají kuřáci přibližně o 0,21 litru nižší hodnoty FEV1 než nekuřáci.

Tento výsledek odpovídá našemu očekávání negativního vlivu kouření na fungování plic. Ukazuje, že i v prostředí, kdy jsou děti/mladiství vystaveni pasivnímu kouření, je funkce jejich plic zhoršena jejich vlastním kouřením.

Zde naši krátkou exkurzi do světa statistiky ukončíme. Možná, že v průběhu hodiny vyvstanou další otázky, kterými by se bylo potřeba zabývat. Statistika se zabývá tím, nakolik můžeme jevy pozorované na daném vzorku zobecňovat. K tomu je však zapotřebí poněkud delšího výkladu…

Literatura

[1] Doll, R., Hill, A. B.: The mortality of doctors in relation to their smoking habits: a preliminary report. *British medical journal*, roč. 228 (1954), s. 1451–1455.

[2] Hutchinson, E.: Smoking gun. *Nature Milestones Cancer*, roč. 1 (2006), č. 1, s. S12–S12.

[3] Kahn, M.: An exhalent problem for teaching statistics. *Journal of Statistics Education*, roč. 13 (2005), č. 2, doi: 10.1080/10691898.2005.11910559.

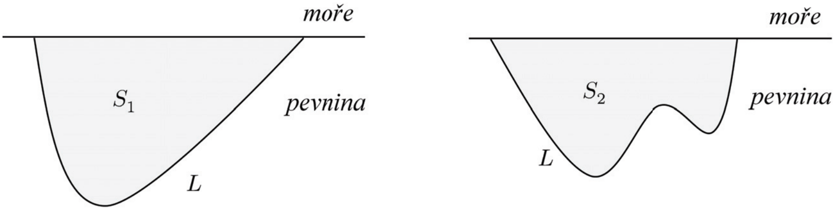
Geometrické důkazy úloh variačního počtu

Vojtěch Kloud, První soukromé jazykové gymnázium v Hradci Králové

Abstrakt. V tomto článku budou rozebrány a vyřešeny dva problémy variačního počtu s různými omezujícími podmínkami. Variační počet je odvětví matematiky, které se zabývá výhradně optimalizací. Klasické metody variačního počtu ovšem vyžadují znalost matematické analýzy, a proto je článek zaměřen pouze na problémy variačního počtu s elegantním geometrickým řešením.

1. Problém královny Dido

Roku 814 př. n. l. chtěla fénická královna Dido na pobřeží severní Afriky založit město Kartágo. Tamější berberský král jí byl ale ochoten prodat pouze tolik země, kolik bude schopna ohraničit kůží z vola. Finanční náklady královnu, díky jejímu majetku, netížily. Volskou kůži tedy rozřezala na tenké proužky o celkové délce L a jako přirozenou hranici města použila pobřeží, které uvažujme dokonale rovné. Jaký tvar musí mít město, aby jeho rozloha byla co největší?



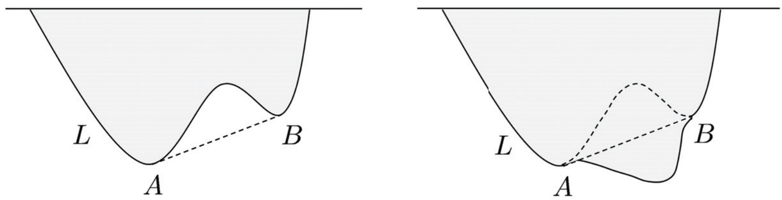
Obr. 1: Problém královny Dido

Ukážeme si známé řešení tohoto problému, které pochází od švýcarského matematika Jakoba Steinera (1796–1863). Toto elegantní řešení je založeno pouze na několika geometrických poznatcích [1].

Předpokládejme, že existuje útvar, který mezi volskou kůží a pobřežím uzavírá největší možný obsah. Nejdříve dokážeme, že takový útvar musí být *konvexní* [1].

[1] Útvar je konvexní, pokud přímá spojnice každé dvojice bodů v útvaru leží celá v útvaru.

Je-li nekonvexní, pak existují body A a B, jejichž celá spojnice leží mimo útvar. V tomto případě můžeme část obvodu útvaru mezi body A, B zobrazit zrcadlově podle úsečky AB a získáme tak nový útvar, který má původní obvod, ale jeho obsah se zvětšil. Hledaný útvar je tedy konvexní.



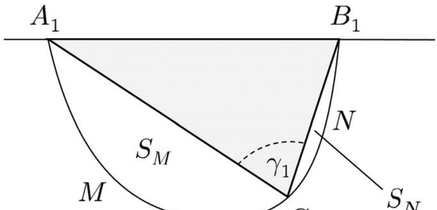
Obr. 2: Zvětšení obsahu nekonvexního útvaru

Body, kde se volská kůže dotýká pobřeží, označme A_1, B_1. Kdekoliv na křivce zvolme bod C_1. Protože křivka je konvexní, trojúhelník $A_1B_1C_1$ leží uvnitř útvaru. Obsah tohoto trojúhelníku je

$$\frac{1}{2}|A_1C_1| \cdot |C_1B_1| \cdot \sin\gamma_1, \quad \text{kde } \gamma_1 = |\sphericalangle A_1C_1B_1|.$$

Část křivky mezi body A_1 a C_1 pojmenujme M. Nechť plocha ohraničená křivkou M a úsečkou A_1C_1 má obsah S_M. Část křivky mezi body C_1 a B_1 pojmenujme N. Nechť plocha ohraničená křivkou N a úsečkou C_1B_1 má obsah S_N. Obsah celého útvaru je tedy roven

$$S_N + S_M + \frac{1}{2}|A_1C_1| \cdot |C_1B_1| \cdot \sin\gamma_1.$$



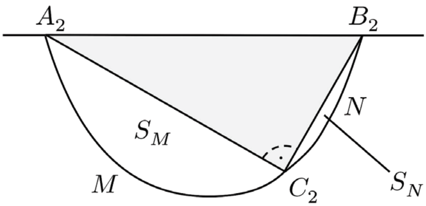
Obr. 3: Obsah konvexního útvaru

Sestrojme nový trojúhelník $A_2B_2C_2$ takový, že $|A_1C_1| = |A_2C_2|$, $|C_1B_1| = |C_2B_2|$. Nechť má trojúhelník pravý úhel při vrcholu C_2. Obsah tohoto trojúhelníku je

$$\frac{1}{2}|A_2C_2| \cdot |C_2B_2|.$$

Části křivky M a N připojíme k trojúhelníku $A_2B_2C_2$. Obsah nově sestrojeného útvaru je pak

$$S_N + S_M + \frac{1}{2}|A_2C_2| \cdot |C_2B_2|.$$



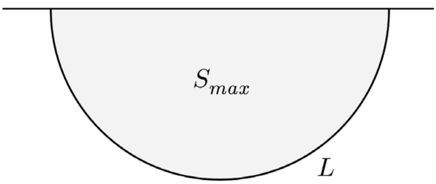
Obr. 4: Obsah nově sestrojeného útvaru

Protože $\sin\gamma_1 \leq 1$ pro všechna γ_1, pak

$$S_N + S_M + \frac{1}{2}|A_1C_1| \cdot |C_1B_1| \cdot \sin\gamma_1 \leq S_N + S_M + \frac{1}{2}|A_2C_2| \cdot |C_2B_2|.$$

Tedy obsah nově sestrojeného útvaru je větší než obsah původního útvaru, nesvírají-li úsečky A_1C_1 a C_1B_1 úhel 90°. V tomto případě $\sin 90° = 1$ a obsahy si jsou rovny.

Protože bod C_1 byl zvolen libovolně, pak aby byl obsah útvaru maximální, musí úsečky A_1C_1 a C_1B_1 svírat pravý úhel pro všechny body C_1 na křivce. Víme, že taková křivka odpovídá podle Thaletovy věty právě kružnici. Aby tedy mělo město největší rozlohu, musí být ve tvaru půlkruhu.



Obr. 5: Řešení problému královny Dido

2. Problém s překážkami

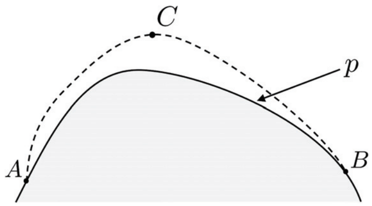
Následujícím problémem jsem ze zabýval v práci SOČ. V ní jsem tento a mnoho dalších variačních problémů řešil metodami matematické analýzy, tedy za použití souřadnic, derivací a integrálů. Máte-li zájem spíše o tento přístup, je má práce dostupná v archivech SOČ pro 41. ročník pod názvem „Optimalizace délky křivek v rovině“ nebo v odkaze [2]. Zde budu problém řešit pouze syntetickou metodou (tedy bez souřadnic).

Máme dánu rovinu, v ní počáteční a konečný bod a zadány nějaké překážky. Naší otázkou je, jaká je nejkratší cesta mezi počátečním a konečným bodem, která se zároveň vyhne zadaným překážkám.

Řešení takovýchto problémů je nám obvykle na první pohled jasné, napovídá nám ho intuice. Podobně jako u problému královny Dido, kde byl intuitivně řešením právě půlkruh, nás zajímá matematický důkaz toho, že naše intuitivní řešení je vskutku správné.

2.1. První problém

Mějme v rovině danou překážku, která je tvořena hypografem[2] konkávní funkce p.[3] Počáteční bod A a konečný bod B leží na křivce p. Intuice nám napovídá, že řešením tohoto problému bude cesta přímo po překážce. Toto tvrzení si nyní dokážeme.



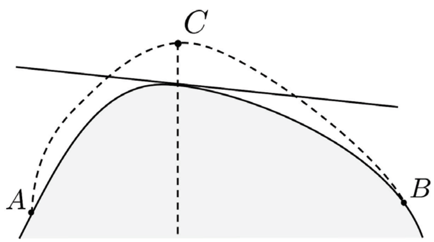
Obr. 6: Křivka různá od p v bodě C

Tvrzení dokážeme sporem. Nejdříve předpokládejme, že existuje řešení našeho problému. Dále předpokládejme, že řešením našeho problému je křivka nebo cesta, která alespoň v jednom bodě C nesplyne s křivkou p. V tomto případě můžeme bodem C vést vertikální přímku. V bodě, kde se tato přímka protne s p, udělejme tečnu ke křivce p.

---

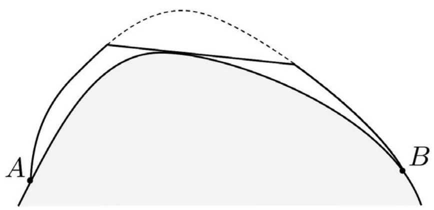
[2] Hypograf funkce p je množina všech bodů, které leží pod grafem p.

[3] Překážka je tvořena konkávní funkcí, má tedy tvar „kopce“. Samotná překážka, jako útvar, je ovšem konvexní. Zde si musíme dát pozor na rozlišení pojmů konkávní funkce, či útvar a konvexní funkce, či útvar.



Obr. 7: Sestrojení tečny k p

Nyní definujeme novou cestu ve tvaru: původní cesta–tečna–původní cesta. Tato nová cesta je vyznačena plnou čárou na obr. 8.



Obr. 8: Nově definovaná cesta

Nově definovaná cesta je určitě kratší než cesta původní, která měla být nejkratší, což je spor. Je-li tedy cesta někde různá od p, pak není nejkratší. Existuje-li tedy nejkratší cesta, pak je to právě cesta, která splývá s křivkou p.

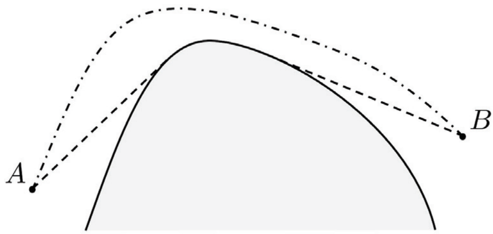
V důkazu jsme pracovali s mnoha předpoklady, které jsme nedokázali, jako je například fakt, že tečna ke konkávní funkci leží nad grafem této funkce. Tato vlastnost vskutku vychází z *formální definice* konkávní funkce a důkaz této vlastnosti je rozebrán v práci [2]. Tam také dokazuji netriviální tvrzení, jako je existence minima pro tento problém, a zřejmě zjevné tvrzení, že nejkratší spojnicí dvou bodů v rovině je právě úsečka.

2.2. Druhý problém k zamyšlení

Mějme znovu danou překážku hypografem konkávní funkce p a počáteční a konečný bod libovolně v rovině. Intuice nám napovídá, že nejkratší křivkou bude křivka ve tvaru: tečna k překážce, procházející bodem A–překážka–tečna k překážce, procházející bodem B.

- Za jakých předpokladů nabývá nejkratší křivka právě tohoto tvaru?

- Řekněme, že jsou splněny všechny předpoklady, za kterých existuje křivka v uvedeném tvaru. Dokažte, že se opravdu jedná o nejkratší křivku.
- Existují konfigurace, kde nejkratší křivka bude jiného tvaru?

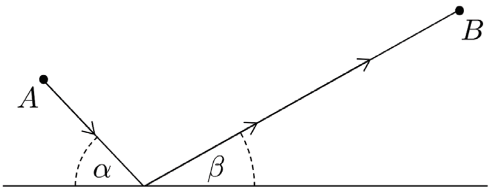


Obr. 9: Druhý problém

3. Variační problém jako úloha pro čtenáře

Roku 1662 formuloval francouzský matematik Pierre de Fermat princip, který říká, že světlo se v prostoru šíří tak, aby se z jednoho bodu do druhého dostalo za co nejkratší čas. Tomuto principu říkáme Fermatův princip [1].

Za pomoci Fermatova principu odvoďte zákon odrazu. Tedy ukažte, že při odrazu světla, například od zrcadla, je úhel dopadu stejný jako úhel odrazu ($\alpha = \beta$).



Obr. 10: Zákon odrazu

Literatura

[1] Kielhöfer, H.: *Calculus of variations.* Springer, New York, 2018.

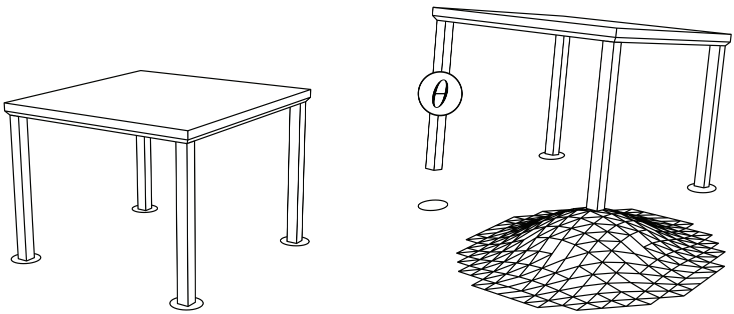
[2] Kloud, V.: *Optimalizace délky křivek v rovině.* Práce SOČ, První soukromé jazykové gymnázium, Hradec Králové, 2019, Dostupné z: https://www.academia.edu/39970242/SOC_-_Vojtech_Kloud.

Jak zatočit s vikláním stolu

Eduard Šubert, Praha

Představte si, že sedíte v kavárně, přemýšlíte o matematické analýze, popíjíte espreso, když v tom se vám pod rukou celý stůl zhoupne a šálek se rozlije!

Viklání stolu je hrozná věc, ale naštěstí existuje jednoduchý způsob, jak se ho zbavit, tedy za dodržení jistých předpokladů. Pomůžeme si jak jinak než matematickou analýzou.

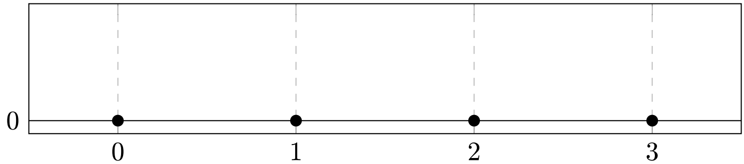


(a) Stůl stojící – neviklá se (b) Stůl houpací – viklá se

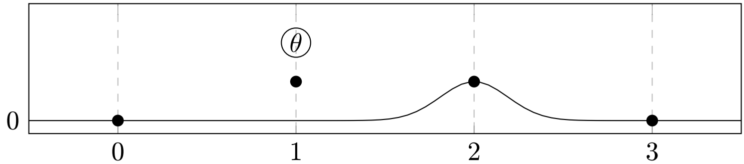
Obr. 11: Rozdíl mezi stolem, který se neviklá a stolem, který se viklá

Budeme předpokládat, že stůl má všechny čtyři nohy stejně dlouhé, tedy že viklání způsobuje nerovná podlaha. Příklad takové situace je na obr. 11b. Abychom mohli studovat, co se s nohami stolu děje, vyrobíme si takový hezký graf. Představte si, že rozbalíme nohy i se stranami stolu a podlahou do roviny, čtyřmi body si označíme konce nohou a křivkou podlahu. Například stůl z obr. 11a reprezentuje graf na obr. 12a a stůl z obr. 11b reprezentuje zase graf na obr. 12b.

A teď konečně k řešení viklání. Předpokládáme, že se tři nohy stolu budou vždy dotýkat podlahy. Aby se stůl viklal, musí být čtvrtá noha ve vzduchu, tu si označíme jako nohu θ. Když otočíme stolem kolem jeho středu proti směru hodinových ručiček, posunou se body v našem grafu doprava. Zatímco stolem otáčíme, přibližuje se noha θ k podlaze, až se jí v nějakou chvíli dotkne. Pokud bychom teoreticky otáčeli stolem dál, dostala by se noha θ pod povrch podlahy! Předpokládali jsem přeci, že ostatní tři nohy se podlahy stále dotýkají, noha θ tedy nemá jinou možnost než zmizet pod podlahu.



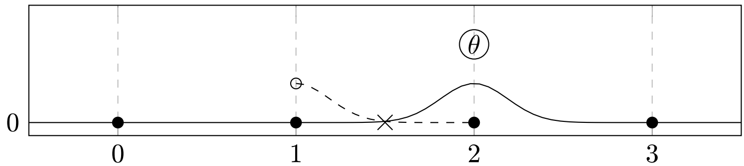
(a) Graf stojícího stolu – neviklá se



(b) Graf houpacího stolu – viklá se

Obr. 12: Příklad grafu stolu

Nyní vstupuje do hry matematická analýza. Podívejte se na křivku, kterou opsala špička nohy θ (obr. 13). Pokud je podlaha spojitá, je i tato křivka spojitá a navíc začíná nad podlahou a končí pod podlahou.

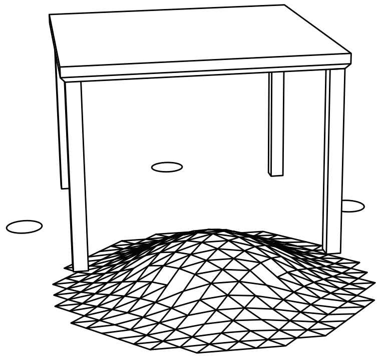


Obr. 13: Graf houpacího stolu po otočení o $\frac{\pi}{2}$

Jedna ze základních vět matematické analýzy říká:

Věta. *Nechť $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ a funkce f je spojitá na uzavřeném intevalu $[a, b]$. Pokud platí $f(a) > 0$ a současně $f(b) < 0$, pak existuje $c \in (a, b)$ takové, že $f(c) = 0$.*

To znamená, že se na každé spojité podlaze musí noha θ v průběhu otáčky o $\frac{\pi}{2}$ dotknout podlahy, to je ten bod, ve kterém se funkční hodnota rovná nule. No a v tu chvíli se stůl přestane viklat. Je to matematicky garantované.



Obr. 14: Po otočení o vhodný úhel se už stůl neviklá. Všechny čtyři nohy se dotýkají podlahy

Takovéhle otočení nás ale bohužel nezachrání vždy. Hned na začátku jsme předpokládali, že viklání způsobuje nerovná podlaha, ne nestejně dlouhé nohy stolu. Pokud má stůl jednu nohu krátkou, otočení vám možná nepomůže. Také jsme předpokládali, že je podlaha spojitá. Tedy například na různě vysokých dlaždicích vám otočení také nemusí pomoci.

Možná si teď říkáte, že tohle je jen teoretická matematika, že stůl definovaný čtvercem je příliš abstraktní na to, aby něco poradil o našem fyzickém světě. Tak přesně pro vás přikládám do referencí článek, ve kterém autoři studují vedle našeho „matematického stolu“ i „skutečný stůl“ [2]. (Článek je v angličtině.)

Nakonec pokud byste si přáli na vlastní oči vidět zastavení viklání stolečku, který se vejde do dlaně, podívejte se na video na mém YouTube kanále „Jak zatočit s viklánním stolu!“ [1].

Literatura

[1] Šubert, E.: *Jak zatočit s viklánním stolu.* Na ubrousek, 2017. `https://eduardsubert.com/jak-zatocit-s-viklanim-stolu/`

[2] Baritompa, B., Löwen, R., Polster, B., Ross, M.: Mathematical table turning revisited. *Math. Intell. J.*, roč. 29 (2007), č. 2, s. 49–58.

Z tajností žižkovského bunkru

M. Kořistková, Praha

Jaderka[1] se pyšní mnoha unikáty: Jsme jediná škola v ČR, která má vlastní školní reaktor, ve sklepě schováváme TOKAMAK a do doby relativně nedávné jsme měli také malý urychlovač elektronů – mikrotron. Ten už sice od roku 2003 nepatří ČVUT, nýbrž Ústavu jaderné fyziky, s Jaderkou je ale navždy spjat díky profesorovi Čestmíru Šimáněmu, který na FJFI čtyřicet let působil.

V současné době mikrotronové laboratoři šéfuje Ing. David Chvátil, který studoval na Katedře dozimetrie a aplikace ionizujícího záření. S ním jsme si popovídali o tom, co práce u takového zařízení vyžaduje, jaké výhody nebo naopak nevýhody práce v bunkru bez oken obnáší a jaký výzkum se na mikrotronu provádí.

V Žižkovském tunelu se nachází komplex protiatomových krytů, jejichž přítomnost prozrazuje pouze několik kovových dveří polepených nálepkami a posprejovaných hlubokomyslnými vzkazy, které na nich zanechala rebelující omladina. Jedny dveře ale nejsou jako ostatní – když nám je Ing. Chvátil otevírá, otevírá se nám pohled na betonem vyloženou předsíň, kde mimo jiné parkují kola zaměstnanců a kolečkové křeslo, které pamatuje alespoň 5 prezidentů. Na první pohled byste neuhádli, že se hned za rohem otevírá dílna, na kterou navazuje dlouhá místnost plná pracovních stolů, postranní kancelář a samozřejmě prostor se samotným mikrotronem, který se skrývá za dvojicí mohutných olověných dveří.

S nápadem vybudovat mikrotron přišel profesor Šimáně, který na začátku sedmdesátých let působil jako zástupce ředitele Spojeného ústavu jaderného výzkumu v Dubně v tehdejším Sovětském svazu. Když tam byl v roce 1973 spouštěn provoz mikrotronu, usoudil, že něco „tak malého“ si v Československu zvládneme postavit taky – pověřil tedy Ing. Vognara vybudováním mikrotronového pracoviště.

Prostory pro mikrotronovou laboratoř nebyly zvoleny náhodně. Protiatomový bunkr v srdci vrchu Vítkova má několik více či méně zjevných výhod. Jednak je vyřešena otázka stínění elektromagnetického záření,

[1] Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská Českého vysokého učení technického v Praze, FJFI ČVUT

jehož zdrojem mikrotron je, protože bunkr disponuje tlustým betonovým obložením. Za druhé je v bunkru umístěna trafostanice se zdrojem 25 kV, na kterou je mikrotron napojen.

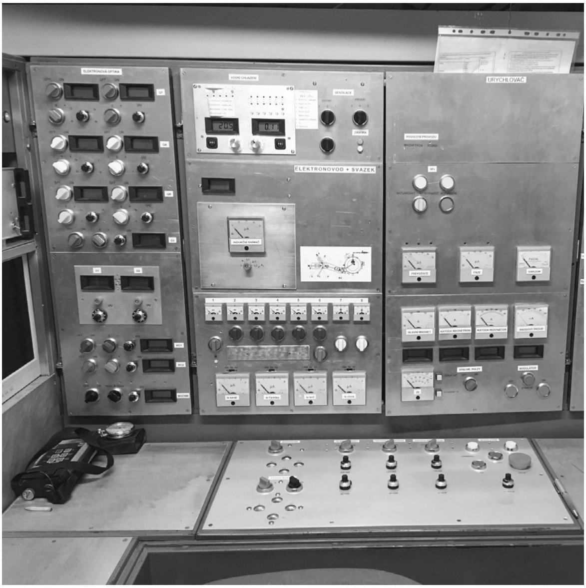
Obr. 1: Potřebovali jsme něco, co by nám poskytovalo konstantní průtok vody

Mikrotron MT 25

Na světě se nachází jen pár posledních mikrotronů a ten pražský, nesoucí označení MT25, je jedním z nich. Přesvědčuji se, že číslo 25 v názvu symbolizuje 25 MeV, maximální dosažitelnou energii urychlených elektronů. Ing. Chvátil mou domněnku potvrzuje a dodává: „Je to trošku složitější, mikrotron urychluje po pětadvaceti kruhových drahách a ty rezonátory, co používáme, teoreticky umožňují urychlení až 1 MeV na jednu dráhu. Ve skutečnosti je to ale o něco méně, takže sice všude píšeme maximální energii 25 MeV, ale ještě jsem je tam nikdy neviděl. Teoreticky by to šlo, ale kompenzovala by to třeba menší intenzita elektronového svazku.“

Exotická povaha tohoto urychlovače z něj sice dělá nesmírně zajímavé zařízení, neodvratně s sebou ale nese různé obtíže spojené především s jeho údržbou. „V Řeži třeba máme dva cyklotrony. Když to řeknu hodně zjednodušeně, tak tam v případě poruchy můžou zavolat technikům z firmy, která je tam instalovala, pánové přijedou a mrknou na to. Zatímco těch našich zařízení je po světě už jenom pár a žádná firma na údržbu na to není. Kromě toho našeho se další významný mikrotron nachází ve Spojeném ústavu jaderných výzkumů v Dubně.“ Inženýr

Chvátil neskromně dodává, že když se něco na některém ze světových mikrotronů porouchá, jsou to právě oni nebo kolegové z Ruska, kteří fungují jako „pomoc po telefonu“.



Obr. 2: Ovládací panel mikrotronu vzdáleně připomínající řídící konzole U.S.S. Enterprise

Od vědy k soustruhu

Mikrotronovou laboratoř využívá plejáda nejrůznějších pracovišť pro podporu svého výzkumu. Každé takové pracoviště dodá svůj vzorek v podobě, která ovšem není nijak normovaná – a tady do hry vstupuje bohatě vybavená dílna. „Přinesou zkumavku, lahvičku, může to vypadat různě. My na to potom musíme udělat držáček, stojánek, hejblátko, rotovadlo, abychom to měli v čem upevnit před svazek.“ Práce u mikrotronu tedy vyžaduje nejen technické a vědecké znalosti, ale i manuální zručnost a představivost.

„Tahle práce se hodí pro takový ty kluky hračičky, kteří si v šesti letech začínali hrát s Merkurem. Můj syn to tady miluje, nadšeně sem chodí už od malinka – moje žena říká, že mikrotron je hračka od dvou do sta let,“ říká se smíchem inženýr Chvátil a já nemůžu než souhlasit.

Kromě vedoucího laboratoře u mikrotronu pracují další tři lidé, přičemž inženýr Chvátil je jediným absolventem Jaderky – zajišťuje chod urychlovače nebo plánování experimentů, ke kterému je třeba znalostí dozimetrie. Dále u mikrotronu působí mechanik, který pracuje třeba s frézou a soustruhem. Kromě toho mikrotron zaměstnává dva absolventy Fakulty elektrotechnické ČVUT.

Prostory laboratoře jsou uzavřené a poměrně stísněné, nedokážu si představit, že by tam trvale sídlilo více pracovníků. Zajímá mě tedy, jak je to s náborem nových lidí. „Není principiálně těžké nabrat nové lidi. Je to ale místnost bez oken, ne každý je ochotný pět dnů v týdnu trávit v díře, to je takové první omezení. Druhé omezení je z mého pohledu ta experimentální fyzika. Dneska se plánování experimentu na škole moc neučí, všechno se simuluje. Je to samozřejmě finančně nákladné a zapnout počítač je jednodušší. A potom je problém v dnešní době najít člověka, který nebude chtít dělat takovou tu raketovou vědu. Tahle práce je více inženýrská než vědecká. Takže to chce někoho, kdo v sobě trochu potlačí toho vědce. Slováci pro to mají krásný výraz, ti nám říkali šrúbkári.“

Výzkum na mikrotronu

K čemu je ale takový mikrotron dobrý? „Mikrotron byl postaven za účelem provádění aktivační analýzy ve spolupráci s Ústavem nerostných surovin v Kutné Hoře. Byl spuštěn v roce 1981 a ta aktivační analýza tady frčí pořád.“ Zatímco ÚNS byl toho času v likvidaci, mikrotron funguje dál. Proces přípravy ozařování pro aktivační analýzu zní jako prakticky rutinní záležitost: „*(z laboratoře, pozn. redakce)* Pošlou vzorky s přesně nachystaným rozměrem, protože vědí, jakou aparaturu tady používám. S tím není žádná práce a nemusím nic plánovat – oni mi jen řeknou, co se bude stanovovat (který prvek, pozn. red.), abych věděl, jakou energii zvolit. Zbytek experimentů má podobu metody pokus-omyl. Máme uzavřeno mnoho spoluprací s ústavy, které využívají toho, že materiál po vhodném ozáření mění své vlastnosti. My ale musíme vymyslet, co to ‚vhodné ozáření‘ znamená.“

„Dost často ten experiment začíná v hospodě, kde si ujasníme, co od toho materiálu očekávají oni a jak to vidíme my. Občas se stane, že zavolá někdo, kdo ani neví, jestli chce ozařovat fotony nebo elektrony. Pak si já musím nastudovat, co to vlastně mají za vzorek – naučit se tu chemii nebo biologii za tím.“ Ing. Chvátil je tedy nejen dozimetrik, experimentátor a příležitostný mechanik – pomalu, ale jistě, se z něj stává expert na všechno.

Kdesi na internetu jsem se dočetla, že se před několika lety měly na mikrotronu studovat vousy Tychona Braheho za cílem potvrdit nebo vyvrátit domněnku, že byl otráven rtutí. Pozůstatky impozantního kníru renesančního učence však nakonec do Karlína neputovaly. „My tady děláme fotonovou aktivační analýzu, která soupeří s neutronovou aktivací, která se dělá na jaderném reaktoru. My jsme si původně mysleli, že se ty dvě metody můžou doplnit v případě, že by jim v Řeži (kde je výzkumný jaderný reaktor umístěn, pozn. red.) něco nevycházelo. Některé prvky třeba jdou stanovit jen u nás – v případě Tychona Braheho ale sledovali rtuť a její obsah v Řeži stanovili s velmi dobrou přesností.“

Nehodlám ale odejít s prázdnou a dožaduji se informací o nějakém alespoň srovnatelně bulvárním výzkumu. „Před pár lety jsme tu ve spolupráci s Jihočeskou univerzitou ozařovali ryby. Třeboňští rybáři ráno chytli čerstvou rybu, z nich potom holky doktorandky udělaly filety a zavakuovaly je, převezly je sem a my jsme zkoumali prodlužování trvanlivosti po ozáření. Že se po ozáření prodlužuje trvanlivost potravin je známá věc, ale na rybách to ještě nikdo moc nedělal. Výsledky byly naprosto výborný.“ Poslední přívlastek lze vztáhnout jak na tabulkové výsledky, tak na předměty výzkumu – ráno chyceným pstruhem osazenstvo laboratoře rozhodně nepohrdlo.

Mikrotron a nehody

Jakmile se Ing. Chvátila zeptám na nehody na mikrotronu, opraví mě: „My s kolegou Štursou studentům vždycky říkáme, že nehoda na urychlovači je nesmysl. Když se urychlovači něco stane, tak prostě jenom nefunguje a nejde nastartovat. Zatímco když se něco pokazí na reaktoru, tak ho nelze zastavit a pak se skutečně jedná o nehodu.“

„Jednou jedinkrát, ale to už je dávno, kolegové chemici z Břehovky[2)] poslali na ozáření nějaké vzorky a neřekli nám, co v nich je. Myslím, že to tehdy byl uran. Po ozáření nám to splašilo všechny měřáky.“

Švihnu pohledem směrem k dvojitým olověným dveřím vedoucím k mikrotronu a z legrace se ptám, jestli už někdy někoho skříply. K mému překvapení je mi odpovědí smích a souhlasné pokývání hlavou. „Jo, to se jednou stalo mně, to se musím přiznat. Dlouhá ozařování děláme v zájmu vědy přes noc, abychom hned ráno po aktivaci mohli měřit. A jednou jsem tady nachystal experiment a o půlnoci ho šel spustit. Zavíral jsem ty dveře a na poslední chvíli mě napadlo, že to ještě vevnitř trochu upra-

[2)] V Břehové ulici v Praze sídlí FJFI ČVUT vím a vylepším a vběhl jsem tam. Ale jak jsem ty dveře měl nastavené v poloze zavřeno, tak se vlastní vahou – mají každé asi tunu a půl – začaly zavírat. Já si toho všimnul pozdě a ta škvíra už byla tak malá, že jsem se neprotáhl.“

„Naštěstí jsme v té době měli vevnitř klasickej starej telefon. Pamatoval jsem si z hlavy číslo na bývalého šéfa, tak jsem mu zavolal. V tom telefonu nebylo nic slyšet, protože elektronika uvnitř toho telefonu šla po 20 letech v radioaktivním pozadí do háje, šéf se ale dovtípil, že když o půlnoci volám z laborky, tak je nějaký problém[3)]. Naštěstí bydlím kousek, takže zavolal mojí ženě a ta mě přišla zachránit.“ Ing. Chvátil opatrně naznačuje, že z půlnočního výletu do laboratoře měla jeho žena pramalou radost.

Cesta Ing. Chvátila k mikrotronu

Jméno Ing. Chvátila je s mikrotronem spojeno už přes dvě desítky let. Zajímá mě proto, jak se k práci u mikrotronu dostal. „Tehdy jsme byli v ročníku 4 a vybírali jsme si téma rešeršní práce[4)]. Na tabuli bylo 5 témat, já jsem přišel pozdě a vybrat jsem si mohl ze dvou. Vzhledem k tomu, že všude jinde byla spousta cizích slov, vybral jsem si téma, kde jich bylo nejmíň. Takže to vlastně byla náhoda.“

Studenti na mikrotronu

V současné době ale na mikrotronu pracují pouze postgraduální studenti. „Mám to tak radši. Postgraduální studenti jsou zároveň v zaměstnaneckém poměru s Ústavem jaderné fyziky, je to pro ně taková kombinovaná forma studia. Mají na to spoustu času, alespoň 5 let. Za nás se na jednom tématu dělalo 3 roky, dneska je na to ale jenom semestr a s tím já nemám moc dobrou zkušenost. Když člověk musí chodit do školy a objeví se tady jednou za týden, tak ten semestr uběhne jako nic a buď to za něj z části uděláme my, nebo se mu musíme opravdu intenzivně věnovat.“

„Minulý rok tu ale na semestr byla jedna zahraniční studentka, která se tomu věnovala naplno. Bylo to pět měsíců intenzivní práce, byla poctivá, věnovala se tomu i sedm dní v týdnu. Bez intenzivní práce ale

---

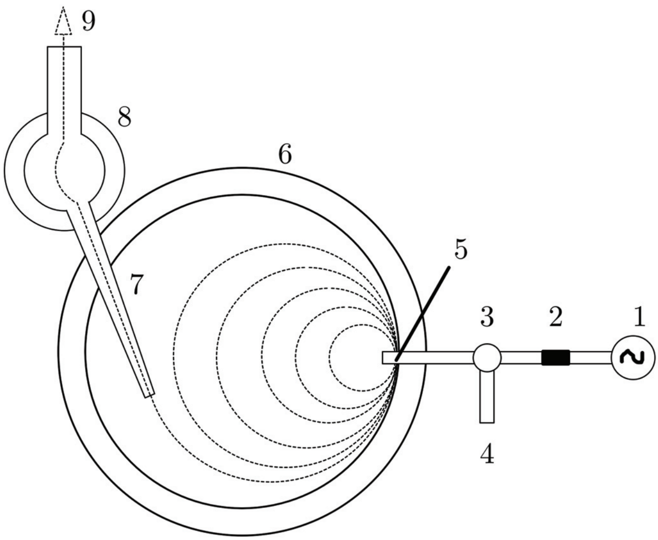
[3)] Toto není doslova ten výraz, který zazněl.

[4)] Bylo to v době, kdy studium nebylo rozděleno na bakalářské a magisterské. Ve 3. ročníku se psala obdoba bakalářské práce, ve 4. ročníku výzkumný úkol a v 5. ročníku diplomová práce.

za půl roku experiment naplánovat, několikrát zopakovat a ještě o tom napsat nejde.“

Tím Ing. Chvátil uzavírá své vyprávění. Naposledy se rozhlížíme po místnosti a na odchodu si ještě krátce prohlédneme rezonátory, které zajišťují samotné urychlení svazku. Ty je nutné po určité době provozu mikrotronu vyměnit a vyjmuté rezonátory následně ručně vyčistit, což nám krásně demonstruje charakter a náplň činnosti na tomto pracovišti.

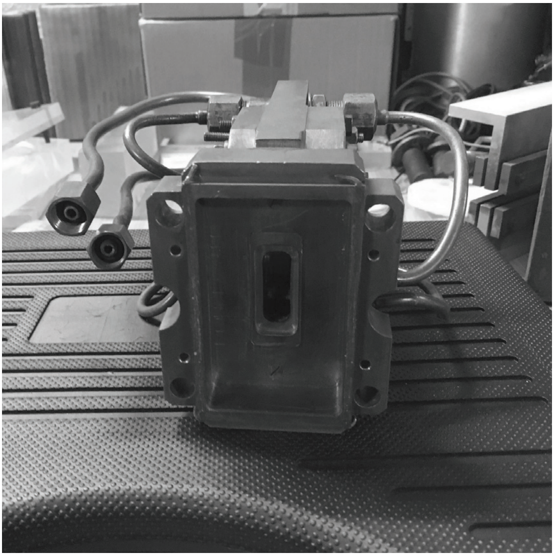
Jak mikrotron funguje



Obr. 3: Schéma mikrotronu: 1. . . Magnetron, 2. . . Phase shifter, 3. . . Cirkulátor, 4. . . Vodní zátěž, 5. . . Dutinový rezonátor, 6. . . Hlavní magnet, 7. . . Odklonění svazku – elektronovod, 8. . . Deflektor, 9. . . Elektronový svazek

Na počátku celého urychlovacího procesu je elektromagnetická (EM) vlna. Ta je generována v magnetronu (1) a je vlnovodem vyvedena do dutinového rezonátoru. Mezi urychlovací komorou a magnetronem je umístěn cirkulátor (3), který slouží jako ochrana magnetronu před odraženou EM vlnou. Celkem se z rezonátoru odráží asi 1/7 výkonu. Cirkulátor odraženou EM vlnu přesměruje směrem do vodní zátěže (4), kde se výkon přemění na teplo.

V dutinovém rezonátoru (5) je umístěn malý krystal LaB_6 (obr. 5), který slouží jako zdroj elektronů. Krystal je nažhaven na vysokou teplotu, tím se uvolní valenční elektrony. EM vlna jim pak udá energii a elektrony krystal opouští. Poté jsou cyklicky urychlovány právě uvnitř rezonátoru. Energetický inkrement je po každém oběhu vždy stejný, dráhy elektronu jsou proto ekvidistantní.

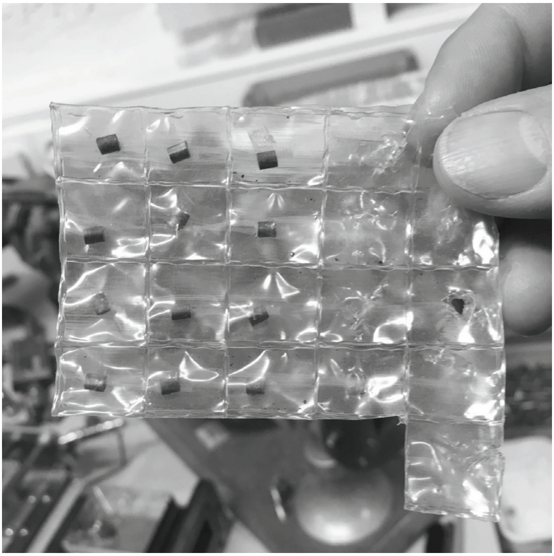


Obr. 4: Dutinový rezonátor

Uvnitř urychlovací dutiny je magnetické pole o velikosti přibližně 0,1 T (pro srovnání – magnetické pole na cyklotronu v Řeži, který urychluje těžší protony a deuterony, je více než 10krát větší).

Ve výzkumu jsou zapotřebí elektrony o různých energiích. Volba energie je prováděna pomocí extraktoru (7). Tento posuvný elektronovod je umístěn tečně vzhledem k dráze elektronů, magnetické pole je odstíněno a svazek je tak vyveden mimo urychlovací dutinu.

Máme k dispozici svazek urychlených elektronů, ale co s ním? Na mikrotronu MT 25 existují rovnou tři možnosti. Elektrony můžeme použít samy o sobě, nebo je můžeme navést na konverzní terčík a získat tak zdroj neutronů, nebo brzdného záření – fotonů (v závislosti na tom, jaký druh konverzního terčíku použijeme).



Obr. 5: Hexaborid lanthanu (LaB_6) v krystalové formě, zdroj elektronů

To, že si v jednom laboratorním zařízení můžeme vybrat rovnou ze tří typů částic, rozhodně není samozřejmostí. Jak říká Ing. Chvátil, i kolegové z ciziny často využijí služby mikrotronu MT 25 právě kvůli tomu, že se na něm během jednoho odpoledne zvládne otestovat odezva např. detektoru na tři typy částic.

Díky potrubní poště, která je instalována mezi detektorem a ozařovacím polem mikrotronu, je možné provádět analýzu i prvků s velice krátkou dobou života – spodní hranice je na hranici jednotek sekund. Obsah radioaktivní látky se z praktického hlediska považuje za nulový po uplynutí 10 poločasů, pro krátkodobé prvky je proto tento mechanismus nenahraditelný – kdyby se takové vzorky měly přenášet ručně, nevydržely by ani otevření bezpečnostních dveří.

Na základě rozhovoru s Ing. Davidem Chvátilem připravila M. Kořistková, korektury provedli D. Bendová a V. Žák.

O tradicích rakouské fyziky – 1. část

Ivo Kraus, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT, Praha

Úvod

Tradice rakouské fyziky je o dvě století mladší než fyziky české. Zatímco náš první fyzik, *Jan Marek Marci z Lanškrouna* (1595–1667) byl na vrcholu svých tvůrčích sil v první polovině 17. století, Rakousko se velkými fyziky chlubí až od roku 1850, kdy František Josef I. podepsal dekret o založení samostatného Fyzikálního ústavu vídeňské univerzity a jeho prvním ředitelem jmenoval *Christiana Dopplera*.

Někteří ze slavných rakouských fyziků se v Rakousku narodili, vystudovali a alespoň část svého života tam vědecky pracovali (např. *Christian Doppler, Jožef Stefan, Ludwig Boltzmann, Lise Meitnerová, Viktor Hess, Erwin Schrödinger, Hans Thirring*), někteří se narodili v zemích Koruny české, ale řadu let pracovali ve Vídni (*Andreas Baumgartner, Ernst Mach, Josef Loschmidt*).

Nobelova cena za fyziku byla fyzikům rakouského původu udělena zatím třikrát. Kromě *Schrödingera* a *Hesse*, kteří ji dostali v letech 1933 a 1936, ji později, v roce 1945, převzal *Wolfgang Pauli*. Ten se sice narodil ve Vídni, vysokoškolské vzdělání však získal v Mnichově a podstatnou část svého života působil v zahraničí (Německu, Švýcarsku a Spojených státech).

I

I když chronologický přehled významných rakouských fyziků obvykle začíná jmény Andreas Baumgartner a Andreas Ettingshausen, alespoň jednoho měli Rakušané ještě dříve. Zmiňuje se o něm v roce 1777 náš historik František Martin Pelcl (1734–1801) ve svém líčení jedné z produkcí experimentů s tehdy módní elektřinou.

„Bylo to léta 1750. Páter František nabil rozličné předměty a dobýval z nich proudy jisker ke všeobecnému údivu přečetných diváků. Avšak pojednou přímětický farář Prokop Diviš (1698–1765) způsobil, že tělesa elektrizovaná nechtěla více žádných jisker vydati, ať je páter František nabíjel, jak silně chtěl. Diviš totiž dal si zastrčiti mezi přední vlasy své paruky přes dvacet železných velice špičatých tyčinek tak, že jich nikdo nepozoroval. Chtěl-li pak těleso nabité zbavit elektřiny a zmařiti pokus, naklonil prostě hlavu k tělesu nabitému, jako by je bedlivě pozoroval, a tímto způsobem rozptýlil elektřinu v předmětu obsaženou, neb ji převedl nepozorovaně na sebe.“

Zmíněný páter František byl jezuitský filozof a přírodovědec *Joseph Franc*. Narodil se roku 1704 v Linci, v patnácti letech vstoupil do jezuitského řádu, na vídeňské univerzitě složil zkoušky učitelské způsobilosti a v roce 1734 byl jmenován profesorem matematiky, experimentální fyziky a astronomie. Spolu s některými svými žáky, mezi nimiž byl i Slovák Maximilian Hell (1720–1792), vybudoval univerzitní astronomickou observatoř.

Zároveň působil na císařském dvoře jako vychovatel Josefa II. V roce 1740 podnikl dlouhou studijní cestu do Konstantinopole na úřad velkovezíra Osmanské říše. Tam si uvědomil, jak důležité pro vědeckou i politickou činnost jsou jazykové znalosti. Z jeho podnětu byla v roce 1754 Marií Terezií založena c. k. Akademie orientálních jazyků.

Ve svých přírodovědeckých studiích se Franc zabýval např. periodicitou měsíčních zatmění, výpočtem oběžných drah Měsíce a Merkuru a experimenty s elektřinou. Jeho nejznámějším publikovaným spisem je dílo *Rozprava o původu elektřiny* (*Dissertatio de natura electricitas*) z roku 1751.

Podobně všestrannou osobností jako Joseph Franc byl téměř o sto let mladší *Andreas Baumgartner* (1793–1865), narozený ve Frymburku na Českokrumlovsku. Základní vzdělání získal v rodném městě, vysokoškolské v oboru matematiky a fyziky na vídeňské univerzitě. V roce 1817 byl asistentem na katedře filozofie, poté vyučoval na lyceu v Olomouci a od roku 1823 jako profesor své alma mater vedl katedru fyziky. Po deseti letech, kdy musel pro onemocnění hrtanu ze školy odejít, ho ve funkci vedoucího katedry vystřídal Andreas Ettingshausen.

Významné postavení měl Baumgartner také v politické, hospodářské a průmyslové sféře. Byl ministrem veřejných prací, obchodu a financí, odpovídal za stavbu telegrafů; v letech 1846 až 1847 se zasloužil o zprovoznění první telegrafní linky mezi Vídní a Brnem.

V roce 1847 byl jmenován dvorním radou a za dalších sedm let ho císař František Josef I. povýšil do šlechtického stavu. Baumgartnerovy zásluhy ocenily i zahraniční instituce. Stal se členem Bavorské akademie věd (1833), nositelem bavorského Maximilianova řádu za vědu a umění (1853), čestným členem göttingenské Akademie věd (1854) a Německé akademie věd Leopoldina (1860).

Ve své závěti odkázal Vídeňské akademii věd, které od roku 1851 předsedal, kapitál 10 tisíc zlatých na založení ceny za nejlepší práce z matematiky a přírodních věd.

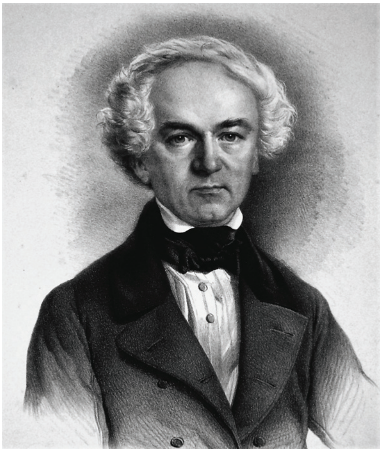
Během pedagogického působení na univerzitě i později uveřejnil řadu původních fyzikálních prací a učebnic a v letech 1826–1832 vydával spolu s Andreasem Ettingshausenem časopis *Zeitschrift für Physik und Mathematik.*

Obr. 1: Andreas (Ondřej) Baumgartner

Dalším z rakouských přírodovědců-fyziků, kteří mají na svém rodném listu letopočet z osmnáctého století, byl *Andreas von Ettingshausen* (1796–1878). Jako syn generálmajora se měl připravit na vojenskou kariéru. Proto po maturitě absolvoval na vídeňské univerzitě přednášky z filozofie, právních věd, z fyziky a kromě toho i výuku na Bombardierschule, proslulé vynikající úrovní matematiky.

Protože po Vídeňském kongresu (1815) se s válkami přestalo počítat a profesionální služba v armádě se zdála neperspektivní, dal Ettingshausen přednost univerzitní dráze. První dva roky (1817–1819) byl na své alma mater adjunktem matematiky a fyziky, v letech 1819–1821 přednášel fyziku v Innsbrucku, od roku 1821 působil znovu ve Vídni. Třináct let (1821–1834) vyučoval na univerzitě vyšší matematiku, později (1834–1848) převzal po profesoru Baumgartnerovi katedru fyziky. Potom vyučoval pět let matematiku na c. k. Inženýrské akademii (1848–1852) a aplikovanou matematiku na Polytechnickém institutu (1852–1853) a od smrti Christiana Dopplera (1853) až do svého emeritování (1866) řídil univerzitní Fyzikální ústav.

Byl členem Společnosti německých přírodovědců a lékařů (1857), Německé akademie věd Leopoldina (1862), dopisujícím členem göttingenské Akademie věd (1864), zakládajícím členem a mnohaletým generálním tajemníkem Vídeňské akademie věd aj.



Obr. 2: Andreas (von) Ettingshausen

Zkonstruoval jeden z prvních průmyslových elektrických generátorů, je autorem vynikajících vysokoškolských učebnic z fyziky a vyšší matematiky. Rakouská fyzika mu vděčí i za to, že pro vídeňský Fyzikální ústav získal moderní přístrojové vybavení a rozvinul v něm široce koncipovaný vědecký výzkum.

II

Dva z velkých fyziků 19. století, Christian Doppler a Ernst Mach, mají sice rakouský původ, převážnou část svého vědeckého díla však vytvořili v Praze.

Christian Doppler (1803–1853) byl třetím dítětem (druhým synem) salcburského kameníka Johanna Evangelisty Dopplera, základní a středoškolské vzdělání získal v Salcburku a v Linci, vysokoškolské na vídeňské polytechnice (1822–1825). Ve Vídni zvládl kromě inženýrských disciplín také základy vyšší matematiky, fyziky a astronomie. Po skončení studií odešel zpět do rodného města, aby si na tamním lyceu doplnil mezery ve znalostech jazyků a filozofie.

Obr. 3: Christian Doppler

V letech 1829–1833, kdy byl na své vídeňské alma mater asistentem profesora mechaniky a strojnictví Adama Burga (1797–1882), začal publikovat vědecké práce z matematiky a fyziky. První, která vyšla v roce 1832 v ročence *Wiener polytechnisches Jahrbuch*, byl *Příspěvek k teorii rovnoběžek* (*Ein Beitrag zur Parallelen-Theorie*). Když mu v září 1833 pracovní smlouva skončila, hledal volné místo na některé vysoké škole rakouského císařství. Po mnoha neúspěšných pokusech nastoupil nakonec jako účetní v textilní továrně v Brucku nad Litavou. Doslova v hodině dvanácté, kdy už chtěl neutěšenou situaci řešit emigrací do Ameriky, mu nově zřízená dvouletá stavovská reálka v Praze nabídla profesuru elementární matematiky a účetnictví. Doppler možnosti využil, 30. dubna 1835 složil povinný slib a začal vyučovat. Jakmile však poznal, že úroveň reálky je velmi nízká, snažil se uplatnit, zpočátku alespoň nepovinnými přednáškami z vyšší matematiky, na vysoké škole. Cílevědomé úsilí přineslo po šesti letech ovoce; 6. března 1841 se stal řádným profesorem pražského Královského českého stavovského technického učiliště.

První léta byli s Dopplerem studenti i nadřízení spokojeni, v roce 1844 však přišly stížnosti, že posluchače řádně nezkouší, ústní zkoušky odbývá písemnými úlohami, jejich výsledky hodnotí tvrdě a nespravedlivě. Je sice odborníkem, ale nemá vlastnosti učitele, především trpělivost a vytrvalost.

Čím méně uznání se dočkaly jeho přednášky na polytechnice, tím obdivovanějším byl vědcem. Brzy po příchodu do Prahy získal ochránce a patrona v Bernardu Bolzanovi (1781–1848) a jako člen Královské české společnosti nauk (od 28. června 1840 mimořádný, za další čtyři roky už řádný) mohl prezentovat své myšlenky kolegům i odpůrcům. Během dvanácti let u nás uveřejnil 35 fyzikálních a matematických prací, tj. více než polovinu celého svého vědeckého díla. Měl spoustu nápadů, zejména v oblasti konstrukčních úprav přístrojů a zdokonalování metod měření. Stejně spekulativně jako otázkami pozemskými se zabýval i astronomickou problematikou; své závěry nemohl podložit ani vlastními pokusy, ani údaji z literatury. Není tedy divu, že úvahy o tom, je-li možné pozorovat stálice zakryté jádrem komety, nebo tvrzení, že Měsíc má hustou a průzračnou atmosféru, žádnou pozornost nevzbudily. A přesto je považován za jednoho ze zakladatelů astrofyziky.

O Dopplerově teorii, díky níž se Praha dostala do místopisného rejstříku největších fyzikálních objevů novověkých dějin, se nejdříve dověděli členové přírodovědné sekce Královské české společnosti nauk, přítomní 25. května 1842 na schůzi v dnešním Vlasteneckém sále pražského Karolina. Zasedání řídil přírodovědec Jan Antonín Presl (1791–1849), dalšími posluchači byli Dopplerův přítel a rádce Bernard Bolzano, matematik a fyzik Ferdinand Hessler (1803–1865), lékař Josef Redtenbacher (1810–1870), ředitel univerzitní knihovny Antonín Ferdinand Spirk (1787–1847) a oftalmolog Josef Arnošt Ryba (1795–1856), syn učitele a hudebníka Jakuba Jana Ryby.

Předmětem Dopplerovy přednášky *O barevném světle dvojhvězd* bylo zobecnění teorie aberace světla přicházejícího k nám z hvězd. V dějinách fyziky je pojem aberace spojován s anglickým astronomem Jamesem Bradleym (1693–1762), který zjistil, že změna polohy stálic pozorovaná např. během roku je důsledkem skládání konečné rychlosti světla a různé rychlosti pohybu pozorovatele; rychlost Země vůči Slunci se totiž od ledna do července změní o přibližně 60 km/s. Podle Dopplerova tvrzení musí vzájemný pohyb zdroje světla (hvězdy) a pozorovatele vést nejen ke změně směru šíření paprsku, ale i jeho barvy.

Ještě téhož roku vyšla Dopplerova přednáška v *Pojednáních Královské české společnosti nauk* (*Abhandlungen der königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften*) jako sedmnáctistránkový článek nazvaný *O barevném světle dvojhvězd a některých jiných hvězd na nebi* (*Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels*). Bezprostředně po uveřejnění se práce setkala spíše s rozpaky než s nadšením.

Koncem roku 1847 odešel Doppler z Prahy do Banské Štiavnice (v té době nazývané Schemnitz). Představa o klidném životě důlního rady a profesora matematiky a mechaniky na Banské a lesnícke akadémii se však brzy rozplynula; o město uprostřed hor měli totiž v revolučním roce 1848 zájem nejen uherští vzbouřenci, ale i císařská vojska pod velením rakouského polního maršála Alfréda Windischgrätze. V září 1848 revolucionáři prohlásili akademii za uherskou instituci a Doppler musel složit služební přísahu loajality k uherské ústavě. Když bylo v lednu 1849 povstání rakouskou armádou potlačeno, nečekal, až ho vítěz za přísahu povstalcům odsoudí, a odjel i s rodinou do bezpečnější Vídně. Přišel tam tentokrát jako vážený a uznávaný učenec[1)], který už 24. února mohl začít přednášet na polytechnice. Přály mu i změny, k nimž na vídeňské univerzitě došlo po nástupu mladého císaře Františka Josefa I., především zřízení samostatného univerzitního Fyzikálního ústavu. Jako jeho první ředitel zahájil Doppler přehlídku velkých fyziků, kteří na vídeňské univerzitě později působili: Josef Loschmidt, Jožef Stefan, Ludwig Boltzmann, Lise Meitnerová, Viktor Franz Hess, Erwin Schrödinger a Hans Thirring.

V sedmačtyřiceti Doppler dosáhl vrcholu vysokoškolské a vědecké kariéry. Další tři roky bojoval: s překážkami při budování ústavu, s kolegy a závistivci, nechápajícími nebo znevažujícími myšlenku jeho principu, i s nevyléčitelnou nemocí. Během léta 1852 se jeho dýchací obtíže, kvůli nimž přestal přednášet v Praze, tak zhoršily, že na funkci ředitele musel rezignovat, pedagogické povinnosti předat svému asistentovi, a v listopadu odjel ze sychravé vídeňské zimy do Itálie. Zpátky se už nevrátil; za čtyři měsíce, 17. března 1853, zemřel v Benátkách na tuberkulózu hrtanu.

Dopplerovy úvahy o barevném světle dvojhvězd byly založené na nepotvrzeném předpokladu, že vlnové délky světla vysílaného blížící se hvězdou se zkracují, světlo modrá, zatímco světlo ze vzdalující se hvězdy

---

[1)] V lednu 1848 byl zvolen řádným členem Císařské akademie věd ve Vídni a téhož roku převzal také čestný doktorát filozofické fakulty pražské univerzity.

naopak červená. I když pro změnu frekvence, kterou by se vzájemný pohyb zdroje a pozorovatele měl projevit, Doppler odvodil vzorce, v praxi je ověřit nemohl. Doufal, že postačí logické argumenty: „Víme ze zkušenosti, že loď s malým ponorem plující proti mořským vlnám se musí střetnout s větším počtem vln a s větším nárazem než loď, která se nepohybuje nebo pluje ve směru šíření vln. Proč by to, co platí pro vodní vlny, nemělo s nezbytnými modifikacemi platit i pro vlny vzduchu nebo éteru?“ Pak prý ještě dodal: „Těžko si představit, že by proti tomu mohly být vzneseny námitky.“ Velice se mýlil. Jeho teorii ostře napadli takoví renomovaní učenci, jako byl německý astronom Johann Heinrich von Mädler (1794–1874) nebo slovenský fyzik Jozef Maximilián Petzval (1807–1891), který argumentoval situací, kdy zdroj a pozorovatel jsou v klidu a pohybuje se prostředí mezi nimi: je-li k nám zvuk (hudba orchestru) přenášen větrem, neslyšíme, že by hudebníci hráli falešně. Rozpor obou fyziků byl jen fiktivní. Oba měli pravdu, protože každý popisoval jiný jev: Doppler relativní pohyb pozorovatele a zdroje vlnění, Petzval pohyb nosného prostředí – vzduchu.

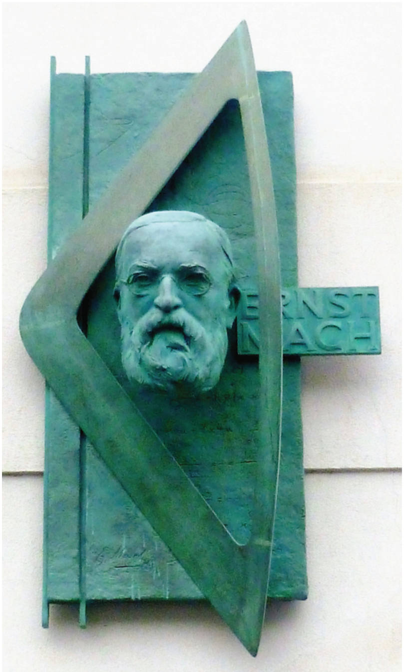
Dnes už o Dopplerově jevu nikdo nepochybuje. Akustický jev se podařilo dokázat ještě za Dopplerova života, světelný jev byl poprvé pozorován až po Dopplerově smrti. Ne však na světle barevných dvojhvězd, ale na jednotlivých čarách hvězdných spekter.[2)]

Celková bilance úspěchů Dopplerova objevu v medicíně, přírodních i technických vědách je neobyčejně bohatá. Umožnil změřit rychlost pohybu Země kolem Slunce, rychlosti rotace Slunce, planet i některých hvězd, zjistit závislost rychlosti pohybu galaxií na jejich vzdálenosti, s jeho pomocí se dá zkoumat rychlost slunečních erupcí, pohyb hmoty uvolňované při výbuchu nov a supernov, měřit teplotu plynů a hvězd; uplatnění má nejen v astrofyzice, ale i fyzice jaderné a reaktorové.

Druhá hvězda rakouského fyzikálního nebe, *Ernst Mach* (1838–1914), se narodil v Brně-Chrlicích, středoškolské vzdělání získal na kroměřížském piaristickém gymnáziu, po maturitě (1855) studoval matematiku a fyziku na univerzitě ve Vídni, ve dvaadvaceti letech (1860) předložil doktorskou disertaci *O elektrickém výboji a indukci* (*Über elektrische*

[2)] V roce 1848 Dopplerův jev znovu objevil francouzský fyzik Armand Hippolyte Fizeau (1819–1896) a uvedl ho do souvislosti se spektry hvězd. Ukázal, že pohybující se nebeská tělesa nemění viditelně svou barvu, ale jejich spektrální čáry se budou nepatrně, avšak měřitelně, posouvat k modrému nebo červenému konci spektra. Díky tomu lze měřit radiální rychlosti hvězd, které se k nám přibližují nebo se od nás vzdalují.

Entladung und Induktion)[3)], v následujícím roce (1861) se habilitoval a krátce na to (1863) dokončil svou první knižní publikaci *Kompendium fyziky pro mediky* (*Compendium der Physik für Mediziner*).



Obr. 4: Ernst Mach

Další etapou Machovy vysokoškolské kariéry byly tři roky ve Štýrském Hradci (něm. Graz); nejdříve (1864) získal na tamní univerzitě místo profesora matematiky, po dvou letech (1866) i fyziky. Protože nebyl spokojen s pracovními podmínkami, odešel v létě 1867 jako profesor experimentální fyziky na univerzitu do Prahy.

Už v následujícím roce provedl ve výuce řadu změn; především zavedl nové přednášky, aby posluchači dostávali nejen průpravu pro své učitelské působení, ale i k případné pozdější samostatné vědecké činnosti. Po roce 1869–1870 pracovali v Machově fyzikálním kabinetu také dok-

[3)] Někdy je také uváděn název *Über elektrische Ladungen und Induktion.* Mach ovšem použil termín Entladung.

torandi. Byli to jak jeho žáci, tak absolventi jiných univerzit, dokonce i zahraničních. Za 28 let pobytu v Praze vytvořil Mach v podstatě celé své fyzikální dílo.

V akademickém roce 1872–1873 se stal děkanem filozofické fakulty a později (1879–1880) i rektorem univerzity. Bylo to v období, kdy na škole vrcholily mnohaleté snahy o řešení národnostní otázky. Plodné i neplodné diskuse skončily 28. února 1882 císařovým rozhodnutím, aby od zimního semestru 1882–1883 měla Praha jak c. k. Karlo-Ferdinandovu univerzitu německou, tak českou. Podruhé byl Mach rektorem už na škole pouze německé. Své volební období, akademický rok 1883–1884, však celé nevyužil. Na jeho rozhodnutí abdikovat a z univerzity i z Prahy odejít měl bezpochyby vliv sílící antisemitismus, obviňování z ateismu, ztráta spolupracovníků, kteří šli po rozdělení univerzity na její českou část, nové kontakty ve vídeňských kruzích, kde pro své zájmy v oblasti filozofie přírodních věd nacházel větší pochopení než v Praze aj.

Jestliže ho Vídeň chtěla přijmout, bylo třeba zřídit obor, který se od tradiční filozofie lišil svým názvem. Mach souhlasil a v roce 1895 na vídeňskou univerzitu nastoupil jako profesor filozofie se zaměřením na historii a teorii induktivních věd. Jeho mnohostranné aktivity přerušil v červenci 1898 záchvat mrtvice, po němž mu natrvalo ochrnula pravá polovina těla. Psát sice mohl, přednášet ale jen s největšími obtížemi. Přestože 1. května 1901 odešel do penze, vědecky pracovat nepřestal. V důchodu uveřejnil řadu vědeckých článků a dokončil i dvě monografie. Poslední léta (1913–1916) žil s manželkou u syna Ludwiga, který měl nedaleko Mnichova lékařskou praxi.

Byl vynikajícím experimentátorem a tvůrcem učebních pomůcek. Zabýval se fyziologií smyslů, akustikou a fyzikální optikou; studoval interferenční a difrakční jevy, polarizační efekty, lom a dvojlom světla v různých prostředích, vliv vnějšího působení (např. tlaku) na průchod světla různými látkami. Zkoumal nadzvukové pohyby střel ve vzduchu a nadzvukové obtékání těles, jako první pořídil fotografii kuželové vlny stlačeného vzduchu kolem špičky střely (1887).[4)]

Patřil k nejznámějším obhájcům Dopplerova jevu. Aby jej dokázal, zkonstruoval dvojici píšťal upevněných na obvodu velkého kola a rotujících ve svislé rovině ve směru našeho pozorování. Přibližující se píšťala

---

[4)] Pro charakterizování rychlosti zavedl bezrozměrnou fyzikální veličinu udávající poměr rychlosti pohybu tělesa určitým prostředím k rychlosti šíření zvuku v témže prostředí, později (1929) nazvanou *Machovo číslo*.

skutečně zněla vyšším tónem než ta, která se vzdalovala. Další, poněkud riskantní experiment provedl se svým přítelem, který z určité vzdálenosti vystřeloval provrtané kulky tak, že Machovi prolétaly těsně nad hlavou a on mohl posoudit, jak se mění výška tónu jejich svistu při přibližování a vzdalování.

Jen původních prací napsal a uveřejnil kolem tří set, řada jeho monografií a učebnic vyšla i vícekrát, mnohé také anglicky, francouzsky italsky a rusky. I když některé byly vydány v Praze, česky není k dispozici žádná.

Svým dílem *Mechanika, jak se vyvíjela. Historicko-kritické pojednání* (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Historisch-kritisch dargestellt*) z roku 1883 inspiroval celou řadu fyziků nové generace, mezi nimi i Alberta Einsteina. Nezávislost hmoty a času na našem vědomí Mach sice nepopírá, je si však vědom, že smysly, kterými poznáváme svět, nás mohou klamat. Odmítal proto nepozorovatelné jevy a objekty, např. atomy, Newtonův absolutní prostor a absolutní čas. Prostor je podle Macha dán jen rozložením a uspořádáním těles, čas sledem a četností událostí, absolutní pohyb je objektivně nezjistitelný, hmotnost tělesa lze měřit jen tehdy, když ji uvedeme do nějakého vztahu k jinému tělesu, setrvačné síly jsou dány vzájemným, relativním působením těles a rozložením hmoty ve vesmíru. Albert Einstein nazval v roce 1918 tento relativismus jako *Machův princip.*

Za mimořádný přínos v oblasti experimentální fyziky se mu dostalo mnoha vysokých poct. Byl čestným doktorem medicíny na univerzitě v Tübingenu (1901), vládním radou (1876), dvorním radou (1896), členem Císařské akademie ve Vídni, Královské české společnosti nauk, Jednoty českých matematiků, Německé akademie věd Leopoldina v Halle a mnoha dalších učených společností.

Ve stejném roce (1838) jako Ernst Mach se ve Vídeňském Novém Městě narodil *Viktor Lang* (1838–1921).

Vysokoškolské studium matematiky a fyziky absolvoval na Filozofické fakultě vídeňské univerzity, doktorskou disertaci předložil a obhájil na univerzitě v Gießenu (1858). Po studijních pobytech na univerzitách v Heidelbergu a v Paříži se ve Vídni habilitoval pro obor *Fyzika krystalů* (1861). Poté působil (1862–1864) v londýnském Kensingtonském muzeu a jako mimořádný profesor fyziky ve Štýrském Hradci (1865). Další vědeckou a pedagogickou kariéru spojil až svého emeritování (1908) s vídeňskou univerzitou: od roku 1865 vedl katedru fyziky, zastával funkci děkana filozofické fakulty (1870) a dvakrát (1884, 1889) byl rektorem.

Obr. 5: Viktor Lang

Kromě fyziky krystalů publikoval řadu vědeckých prací z optiky, magnetismu, akustiky a elektromagnetismu.

Vysokého uznání se mu dostalo od vědeckých institucí nejen z Rakouska, ale i z Velké Británie, Německa a Francie. Byl členem a později i prezidentem Rakouské akademie věd, čestným doktorem univerzity v Oxfordu, členem německé akademie Leopoldina, předsedou Společnosti německých přírodovědců a lékařů, členem francouzské Čestné legie. Přírodovědci, především mineralogové a pracovníci ve strukturní rentgenografii, ho mají ve své paměti jako jednoho ze zakladatelů fyzikální krystalografie – oboru, který se zabývá výzkumem závislosti fyzikálních vlastností krystalů na jejich struktuře.

III

Dílo rakouského fyzika slovinského původu Jožefa Stefana není fyzikům neznámé. Málo se ale ví, že významně pomohl k vědecké kariéře svým žákům, Josefu Loschmidtovi, Ludwigu Boltzmannovi a Marianu Smoluchowskému.

Jožef Stefan (1835–1893) se narodil v nemajetné slovinské rodině nedaleko Klagenfurtu na jihu rakouské spolkové země Korutany. Střední školu (gymnázium) absolvoval v Klagenfurtu, v 18 letech (1853) vstoupil na Filozofickou fakultu vídeňské univerzity, jako třiadvacetiletý (1858) se habilitoval pro obor matematická fyzika. Dalších 5 let vyučoval ve Vídni na vyšším reálném gymnáziu, roku 1863 se stal univerzitním profesorem a krátce nato (1866) převzal vedení Fyzikálního ústavu vídeňské univerzity.

Obr. 6: Jožef Stefan

Zabýval se různými oblastmi fyziky: akustikou, polarizací, interferencí a lomem světla, difuzí plynů. Našel vztah pro celkovou energii vyzářenou za jednotku času z jednotkové plochy absolutně černého tělesa a jako první určil teplotu slunečního povrchu (5 430 °C).

Stefanův žák *Johann Josef Loschmidt* (1821–1895) pocházel z rodiny chudého zemědělce z obce Počerny u Karlových Varů. S podporou vesnického faráře Adalberta Čecha, který si všiml jeho nadání, mohl po základní škole získat středoškolské vzdělání: nižší v piaristickém semináři v Ostrově nad Ohří (1833–1837), vyšší v Praze (1838–1839).

V osmnácti letech se stal posluchačem Filozofické fakulty Karlo-Ferdinandovy univerzity, kde tehdy přednášel významný rakouský filozof a školský reformátor Franz Serafin Exner (1802–1853) – otec rakouského fyzika stejného jména. Jejich náhodné seznámení bylo oboustranně prospěšné. Student profesorovi, který měl špatný zrak, předčítal německé texty, profesor svého studenta zasvěcoval do možnosti využívat matematické metody v psychologii (obor označovaný dnes matematická psychologie). Přestože se Loschmidt touto problematikou později nezabýval, pro jeho budoucí vědeckou a pedagogickou kariéru byly nabyté matematické zkušenosti neobyčejně užitečné.

Po dvou letech (1841) z Prahy odešel a na vídeňském Polytechnickém institutu do roku 1846 studoval fyziku a chemii. Než se mohl jako matematik, fyzik a chemik uplatnit na vysoké škole, uplynulo celých dvacet let. Do té doby nějaký čas pracoval jako chemik v ocelárně, potom začal podnikat. Vyráběl dusičnan draselný, kyselinu šťavelovou a dokonce i papír. V konkurenci ale neobstál. Šest let (1850–1856) se živil jako vychovatel, v roce 1856 přijal místo na nižší reálce. Tam měl vedle pedagogických povinností – výuky fyziky, chemie, aritmetiky a účetnictví – povoleno i vědecky pracovat. Výsledky, kterých v malé fyzikálně-chemické laboratoři dosáhl, se brzy dočkaly uznání největších rakouských fyziků devatenáctého století.

Obr. 7: (Johann) Josef Loschmidt

Navrhl dvojrozměrné zobrazení 368 molekul (mezi nimi 121 aromatických sloučenin) způsobem podobným tomu, který se používá i v současnosti. Jednotlivé atomy v tzv. konstitučním vzorci propojil pomocí jednoduchých, zdvojených nebo ztrojených úseček znázorňujících jednoduché, dvojné nebo trojné vazby. V této souvislosti vyslovil také domněnku, že molekulu ozonu tvoří 3 atomy kyslíku.

Pomocí kinetické teorie plynů určil v roce 1865 střední průměr molekul vzduchu $d = 0{,}000\,000\,969$ mm. Zjištěný údaj komentoval poznámkou: „Toto číslo je třeba brát jen jako přibližné, jistě však není desetkrát menší nebo větší než skutečné.“[5)]

Na základě této hodnoty d odhadl počet molekul v 1 cm^3 ideálního plynu při normálním tlaku (101 325 Pa) a normální teplotě (273,15 K). Tato základní veličina klasické atomistiky byla později nazvaná Loschmidtova konstanta $N_\mathrm{L} = 2{,}687 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}.

Není běžně známé, že byl spoluautorem patentu (1865) na dvoustopé vozidlo uváděné do pohybu aeromotorem, který převáděl energii stlačeného vzduchu na energii pohybovou.

Roku 1866 se s podporou profesora fyziky Jožefa Stefana (1835–1893) na vídeňské univerzitě habilitoval, za dva roky nato (1868) byl jmenován mimořádným a později (1872) řádným profesorem fyzikální chemie.

V 66 letech, kdy se konečně cítil být finančně zabezpečený, uzavřel sňatek se svou o 25 let mladší hospodyní. Za rok po svatbě měli syna Josefa (1887–1898), který však v dětském věku zemřel; svého otce přežil jen o dva roky.

Pokračování v následujícím čísle

Literatura

[1] Štoll, I.: *Dějiny fyziky.* Prometheus, Praha, 2009.

[2] Kraus, I.: *Století fyzikálních objevů.* Academia, Praha, 2014.

[3] Kraus, I.: *Ženy v dějinách matematiky, fyziky a astronomie.* Nakl. ČVUT, Praha, 2015.

[5)] Při výpočtu průměru molekuly d podle původního Loschmidtova vztahu, avšak s dnešními (přesnými) hodnotami použitých veličin, dostaneme $d = 0{,}361$ nm. A jaké jsou skutečné průměry molekul hlavních plynných složek vzduchu? N_2: 78,09 % (obj.), $d = 0{,}38$ nm; O_2: 20,95 % (obj.), $d = 0,36$ nm; Ar: 0,9 % (obj.), argon byl jako chemický prvek objevený až v roce 1894, $d = 0{,}37$ nm.

ZPRÁVY

60. mezinárodní matematická olympiáda

Michal Rolínek, Institut Maxe Plancka, Tübingen

Mezinárodní matematická olympiáda se uskutečnila letos v červenci ve Velké Británii, a to již potřetí ve své historii. Soutěž hostilo studentské město Bath na jihozápadě Anglie a zúčastnilo se jí 621 soutěžících ze 112 zemí. Naši studenti dovezli čtyři bronzové medaile.

Jako první na místo přijeli vedoucí národních delegací, jejichž hlavním úkolem bylo z 32 připravených návrhů rozdělených do čtyř kategorií (algebra, kombinatorika, geometrie a teorie čísel) vybrat šestici úloh pro soutěž a shodnout se na bodovacích schématech k jednotlivým úlohám. Zadání vybraných úloh naleznete na konci této zprávy.

Soutěžící a pedagogičtí vedoucí přijeli do Británie o tři dny později. Ubytováni byli na kolejích místní univerzity, kde také 16. a 17. července proběhla samotná soutěž. Soutěžící měli každý den 4,5 hodiny na řešení tří obtížných úloh. Za každou úlohu mohli získat až 7 bodů. Připomeňme, že zhruba polovina soutěžících si z olympiády doveze medaili, přičemž počet udělených zlatých (G), stříbrných (S) a bronzových (B) medailí je v přibližném poměru 1 : 2 : 3.

Českou republiku reprezentovali *Matěj Doležálek* z Gymnázia Dr. A. Hrdličky v Humpolci, *Karel Chwistek* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Václav Janáček* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, *Lenka Kopfová* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Josef Minařík* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně a *Dominik Stejskal* z gymnázia v Krnově. Vedoucím týmu byl *Michal Rolínek*, Ph.D., z Institutu Maxe Plancka v Tübingenu a pedagogickým vedoucím *Josef Tkadlec* z IST Austria.

Přehled výsledků našich soutěžících uvádíme v tabulce:

Umístění	Body za úlohu 1	2	3	4	5	6	Body	Cena
168.–213. Matěj Doležálek	7	1	0	7	7	0	22	B
168.–213. Lenka Kopfová	7	1	0	7	7	0	22	B
214.–244. Josef Minařík	7	0	0	7	7	0	21	B
245.–255. Václav Janáček	7	0	1	5	7	0	20	B
386.–401. Karel Chwistek	4	0	0	0	7	0	11	HM
402.–416. Dominik Stejskal	3	0	0	0	7	0	10	HM
Celkem	35	2	1	26	42	0	106	

Český tým získal čtyři bronzové medaile (Matěj, Vašek, Lenka a Pepa) a dvě čestná uznání (Karel a Dominik), která se udělují za úplné vyřešení alespoň jedné úlohy. V neoficiálním pořadí států obsadila ČR 46. místo. Tento výsledek sice není oslnivý, je ale třeba dodat, že český tým zazářil při řešení páté soutěžní úlohy, za niž získal maximální možný počet 42 bodů. To se mimo první patnáctku podařilo již jen Německu a Kanadě.

Pro zajímavost uvádíme i výsledky slovenských soutěžících v samostatné tabulce:

Umístění	Body za úlohu 1	2	3	4	5	6	Body	Cena
55.–64. Michal Staník	7	1	7	7	7	0	29	S
168.–213. Martin Melicher	7	1	0	7	7	0	22	B
245.–255. Matej Urban	7	0	0	6	7	0	20	B
256.–266. Dávid Pásztor	7	2	0	5	5	0	19	B
345.–360. Marián Poturnay	7	0	0	0	7	0	14	HM
402.–416. Samuel Krajči	1	0	1	1	7	0	10	HM
Celkem	36	4	8	26	40	0	114	

Co se týče ostatních států, o prvenství se podělili tradiční giganti USA a Čína s jednobodovým náskokem před Jižní Koreou. Olympiáda se vydařila polskému týmu, který nejenže skončil již druhý rok po sobě v první desítce, ale také dosáhl nebývalého úspěchu v individuální soutěži; Jan Fornal získal plný počet 42 bodů, a stal se tak (spolu s dalšími pěti soutěžícími) absolutním vítězem soutěže. Kompletní výsledky jsou dostupné na adrese:

`https://www.imo-official.org/year_country_r.aspx?year=2019`

Celkové pořadí zúčastněných zemí, získané body a medaile:

	G	S	B	body
ČLR	6	0	0	227
USA	6	0	0	227
Jižní Korea	6	0	0	226
KLDR	3	3	0	187
Thajsko	3	3	0	185
Rusko	2	4	0	179
Vietnam	2	4	0	177
Singapur	2	4	0	174
Srbsko	3	1	2	171
Polsko	1	3	2	168
Maďarsko	1	3	2	165
Ukrajina	1	4	1	165
Japonsko	2	2	2	162
Indonésie	1	4	1	160
Indie	1	4	0	156
Izrael	1	3	2	156
Rumunsko	1	2	3	155
Austrálie	2	1	3	154
Bulharsko	0	5	1	152
Velká Británie	1	2	3	149
Tchaj-wan	1	2	3	148
Kazachstán	0	2	4	146
Írán	1	2	3	145
Kanada	1	1	4	144
Francie	0	2	4	142
Mongolsko	1	1	3	141
Itálie	0	2	4	140
Peru	0	3	1	137
Brazílie	0	2	4	135
Turecko	1	1	3	135
Filipíny	0	1	5	129
Německo	1	0	3	126
Saudská Arábie	0	1	4	124
Norsko	0	1	3	122
Bělorusko	0	2	2	119
Estonsko	0	1	4	118
Hongkong	0	1	3	117
Nizozemsko	0	1	4	117
Slovensko	0	1	3	114
Řecko	0	1	2	112
Mexiko	0	1	3	111
Chorvatsko	0	0	3	110

	G	S	B	body
Španělsko	0	0	5	110
Slovinsko	0	2	1	109
Gruzie	0	1	4	108
Česká republika	0	0	4	106
JAR	0	0	4	106
Dánsko	0	1	2	105
Arménie	0	2	1	104
Moldavsko	0	1	1	100
Ázerbájdžán	0	0	3	98
Litva	0	0	3	96
Argentina	0	0	3	95
Portugalsko	0	1	1	93
Macao	0	0	3	92
Švédsko	1	0	1	92
Sýrie	0	1	1	92
Nový Zéland	0	0	2	89
Švýcarsko	0	0	3	89
Rakousko	0	0	4	84
Bosna a Hercegovina	0	0	0	84
Tádžikistán	0	1	1	82
Uzbekistán	0	0	1	81
Maroko	0	0	1	80
Finsko	0	1	1	78
Kolumbie	0	0	2	77
Bangladéš	0	0	1	76
Belgie	0	1	1	75
Srí Lanka	0	0	1	73
Malajsie	0	0	2	71
Irsko	0	1	0	61
Lotyšsko	0	0	0	56
Turkmenistán	0	0	0	53
Tunisko	0	0	0	48
Kypr	0	0	0	47
Makedonie	0	0	0	47
Alžírsko (5)	0	0	1	46
Salvádor (4)	0	0	2	45
Kosovo	0	0	0	43
Albánie	0	0	0	37
Island	0	0	0	37
Panama (4)	0	0	1	37
Kostarika	0	0	0	34

	G	S	B	body		G	S	B	body
Pákistán (5)	0	0	1	34	Kambodža	0	0	0	10
Trinidad a Tobago	0	0	0	34	Bolívie	0	0	0	9
					Lucembursko	0	0	0	9
Černá Hora (5)	0	0	0	33	Dominikánská republika (5)	0	0	0	5
Ekvádor (5)	0	0	0	32					
Uruguay (5)	0	0	0	29	Uganda	0	0	0	5
Kuba (2)	0	0	0	23	Guatemala (3)	0	0	0	4
Chile (4)	0	0	0	20	Honduras (3)	0	0	0	3
Kyrgyzstán	0	0	0	19	Portoriko (1)	0	0	0	3
Paraguay	0	0	0	18	Tanzánie	0	0	0	3
Irák	0	0	0	17	Venezuela (2)	0	0	0	3
Nepál	0	0	0	17	Botswana (2)	0	0	0	2
Nikaragua (2)	0	0	0	17	Angola (2)	0	0	0	0
Egypt (4)	0	0	0	12	Keňa (2)	0	0	0	0
Ghana (4)	0	0	0	11	Spojené arabské emiráty	0	0	0	0
Myanmar	0	0	0	11					

Je potěšující, že česká stopa byla na soutěži viditelná nejen mezi soutěžícími. Průvodcem českého týmu byl *Pavel Turek* (zlatý medailista z Brazílie z roku 2017), jako koordinátor se do soutěže zapojil *Vojtěch Dvořák* (držitel čestného uznání z Thajska z roku 2015) a zlaté medaile, jakožto zástupce sponzora, předával *Tomáš Protivínský* (bronzový medailista z poslední MMO ve Velké Británii z roku 2002).

Příští 61. ročník Mezinárodní matematické olympiády proběhne v ruském Petrohradu.

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh (v závorce je uvedena země, která úlohu navrhla).

1. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC s opsanou kružnicí Γ. Nechť $\mathbb{Z}$ značí množinu celých čísel. Určete všechny funkce $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ takové, že pro libovolná celá čísla a, b platí

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b)).$$

(*Jihoafrická republika*)

2. Na stranách BC a AC trojúhelníka ABC leží po řadě body A_1 a B_1. Body P a Q jsou zvoleny postupně uvnitř úseček AA_1 a BB_1 tak, že přímka PQ je rovnoběžná se stranou AB. Dále P_1 je bod na přímce PB_1, pro nějž platí, že B_1 leží uvnitř úsečky PP_1 a zároveň $|\sphericalangle PP_1C| = |\sphericalangle BAC|$. Podobně bod Q_1 leží na přímce QA_1 tak, že A_1 leží uvnitř úsečky QQ_1 a zároveň platí $|\sphericalangle CQ_1Q| = |\sphericalangle CBA|$.

(*Ukrajina*)

3. Na sociální síti s 2019 uživateli jsou některé dvojice uživatelů přátelé, přičemž přátelství jsou vždy vzájemná. Vztahy v této síti se mohou měnit opakovaným provedením následující operace:

Tři uživatelé A, B, C splňující, že A se přátelí s B i C a zároveň že B a C nejsou přáteli, změní svá přátelství tak, že B se spřátelí s C a zároveň A ukončí svá přátelství s B i s C. Všechna ostatní přátelství zůstanou beze změny.

Na začátku je v síti 1010 uživatelů, z nichž každý má 1009 přátel, a 1009 uživatelů, z nichž každý má 1010 přátel. Ukažte, že existuje vhodná posloupnost uvedených operací, po jejímž provedení nemá žádný uživatel sítě více než jednoho přítele. (*Chorvatsko*)

4. Nalezněte všechny dvojice kladných celých čísel (k, n) splňujících

$$k! = (2^n - 1)(2^n - 2)(2^n - 4) \cdots (2^n - 2^{n-1}).$$

(*Salvador*)

5. Banka města Bath vydává mince, na jejichž jedné straně je vyraženo písmeno H a na té druhé pak písmeno T. Pepa si n takových mincí postavil do řady zleva doprava a opakoval následující operaci: Ukazuje-li alespoň jedna mince H, pak Pepa obrátí k-tou minci zleva, kde k je počet mincí ukazujících H. Ukazují-li všechny mince písmeno T, posloupnost operací končí. Například pro $n = 3$ a počáteční konfiguraci THT by Pepa postupně získal $THT \to HHT \to HTT \to TTT$ a po těchto třech operacích by skončil.

(a) Ukažte, že pro libovolnou počáteční konfiguraci je Pepa nucen skončit po konečném počtu kroků.

(b) Pro každou počáteční konfiguraci C označíme $L(C)$ počet operací, které Pepa provede, než je nucen skončit. Např. $L(THT) = 3$ a $L(TTT) = 0$. Pokud spočítáme hodnotu $L(C)$ pro každou z 2^n počátečních konfigurací, jaký bude aritmetický průměr všech spočítaných hodnot? (*USA*)

6. Nechť I je střed kružnice ω vepsané ostroúhlému trojúhelníku ABC, v němž $|AB| \neq |AC|$. Body dotyku kružnice ω se stranami BC, CA a AB označíme postupně jako D, E a F. Kolmice na přímku EF vedená bodem D protne kružnici ω podruhé v bodě R. Dále pak P je druhý průsečík AR s kružnicí ω. Konečně označme Q druhý průsečík kružnic opsaných trojúhelníkům PCE a PBF.

Dokažte, že průsečík přímek DI a PQ leží na kolmici vedené bodem A k přímce AI. (*Indie*)

Mezinárodní olympiády v informatice v roce 2019

Pavel Töpfer, MFF UK Praha

Nejlepší úspěšní řešitelé Matematické olympiády kategorie P (programování) dostávají pravidelně příležitost zúčastnit se dvou mezinárodních soutěží středoškoláků v informatice a programování. V roce 2019 se nejprve ve druhé polovině července na Slovensku v Bratislavě konala Středoevropská olympiáda v informatice CEOI 2019 (Central European Olympiad in Informatics), na začátku srpna se potom v hlavním městě Ázerbájdžánu v Baku uskutečnila celosvětová Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019 (International Olympiad in Informatics).

Reprezentační družstva pro obě mezinárodní olympiády v informatice jsme vybrali na základě výsledků dosažených v ústředním kole Matematické olympiády kategorie P a podle výsledků krátkého dvoudenního výběrového soustředění, na které jsme pozvali všechny úspěšné řešitele ústředního kola MO kategorie P. Soustředění se konalo v dubnu v prostorách Matematicko-fyzikální fakulty UK v Praze a mělo podobný charakter, jako mají mezinárodní olympiády. Studenti na něm tedy řešili pouze praktické úlohy na počítačích. Rozbory soutěžních úloh následující po každém soutěžním dnu posloužily navíc jako příprava na účast v dalších programátorských soutěžích. Při výběru reprezentantů se sčítaly výsledky dosažené v ústředním kole MO-P a na tomto výběrovém soustředění. Na celosvětovou olympiádu IOI jsme vybrali družstvo sestavené ze čtyř nejlepších řešitelů bez ohledu na ročník jejich studia. Na středoevropskou soutěž CEOI jezdí tradičně další čtyři studenti, kteří ještě nejsou v maturitním ročníku a navíc splňují nižší věkový limit určený pravidly soutěže. Těmto mladším reprezentantům se účast na CEOI stává významným zdrojem zkušeností, které často využijí při své účasti v dalších ročnících národních i mezinárodních programátorských soutěží.

Studenti vybraní k účasti na IOI a CEOI se na svoji soutěž každoročně připravují na týdenním přípravném soustředění. Soustředění

CPSPC (Czech-Polish-Slovak Preparation Camp) je společné pro řešitele informatických olympiád z Čech, Polska a Slovenska a tyto tři země se také střídají v jeho pořádání. Letošní ročník CPSPC se konal na konci června ve Varšavě na Fakultě matematiky, informatiky a mechaniky Varšavské univerzity.

Středoevropská olympiáda v informatice CEOI 2019

Středoevropská olympiáda v informatice CEOI 2019 probíhala ve dnech 23.–29. 7. 2019 na Slovensku v hlavním městě Bratislavě. Byl to již 26. ročník této regionální soutěže mladších středoškoláků. Soutěž se konala v prostorách Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského, účastníci byli ubytováni v nedalekém ubytovacím zařízení studentských kolejí Družba. Celkem soutěžilo 55 studentů ze 13 zemí. Vedle osmi tradičních účastnických středoevropských států (Česká republika, Chorvatsko, Maďarsko, Německo, Polsko, Rumunsko, Slovensko, Slovinsko) přijeli navíc jako hosté soutěžící z Arménie, Itálie, Rakouska, Švýcarska a Ukrajiny. Tyto země se účastní CEOI poměrně často, ale protože se nepodílejí na střídavém pořádání olympiády, musí si svoji účast sami vždy uhradit. Jako obvykle se zúčastnilo také druhé družstvo z pořadatelské země.

České reprezentační družstvo bylo tvořeno těmito studenty:

Jonáš Havelka, student gymnázia Jírovcova, České Budějovice

Václav Janáček, student gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně

Jan Kaifer, student gymnázia Jana Keplera v Praze 6

Michal Pácal, student gymnázia Jiřího z Poděbrad v Poděbradech

Vedoucími české delegace na CEOI 2019 byli *doc. Mgr. Zdeněk Dvořák, Ph.D.* a *Filip Bialas*, oba z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Vlastní soutěž se jako vždy odehrávala v průběhu dvou soutěžních dnů. V každém dni soutěžící řešili tři náročné algoritmické úlohy, na jejichž vyřešení měli pět hodin času. Večer před soutěží vedoucí všech delegací společně schválili soutěžní úlohy navržené pořadatelskou zemí, upravili podle potřeby jejich formulace a přeložili je pak do mateřského jazyka svých studentů. Čeští studenti tedy dostali jak anglickou, tak i českou verzi zadání úloh.

Každý soutěžící pracuje na přiděleném osobním počítači s nainstalovaným soutěžním prostředím, které umožňuje vyvíjet a testovat programy a odesílat je k vyhodnocení. Správnost vypracovaných programů organizátoři testují v průběhu soutěže pomocí předem připravené sady testovacích dat, každý test je navíc omezen časovým limitem. Tím je zajištěna nejen kontrola správnosti výsledků, ale pomocí časových limitů se také odliší kvalita použitého algoritmu. Při testování každé úlohy se používají sady testovacích dat různé velikosti, takže teoreticky správné řešení založené na neefektivním algoritmu zvládne dokončit včas výpočet pouze pro některé testy – pro ty menší a jednodušší. Takové řešení je potom ohodnoceno částečným počtem bodů. Krátce po odevzdání vypracovaného programu do vyhodnocovacího systému se soutěžící dozví hodnocení svého řešení a má pak ještě možnost opravit ho a odevzdat znovu. Jedná se o podobný systém, jaký používáme v posledních letech u nás v Matematické olympiádě kategorie P pro praktické úlohy domácího a ústředního kola.

Místní organizátoři zpříjemnili všem účastníkům olympiády pobyt na Slovensku několika zajímavými doprovodnými akcemi. Hned po slavnostním zahájení se všichni účastníci mohli seznámit nejen s počítači a se soutěžním prostředím, ale také s historickým centrem města Bratislavy. Odpoledne po prvním soutěžním dnu všichni společně navštívili zábavný vědecký park Aurelium. Mezi oběma soutěžními dny byl ponechán jeden volný den na výlety. Dopoledne měli účastníci olympiády možnost volby mezi turistickým výletem do hor na Devinskou Kobylu, návštěvou botanické zahrady a návštěvou muzea dopravy. Odpoledne se pak všichni společně vypravili na hrad Devín.

Poslední den proběhlo slavnostní zakončení soutěže s vyhlášením výsledků. Každá ze soutěžních úloh byla hodnocena maximálně 100 body, takže celkově bylo teoreticky možné získat až 600 bodů. To se letos nikomu nepodařilo, úlohy byly poměrně náročné, takže i celkový vítěz Tóth Balázs z Maďarska získal pouze 374 bodů. Úspěšnější polovina soutěžících dostává na CEOI medaili, přičemž zlaté, stříbrné a bronzové medaile se rozdělují v přibližném poměru 1 : 2 : 3. Na CEOI 2019 bylo uděleno celkem 5 zlatých, 9 stříbrných a 14 bronzových medailí. Středoevropská olympiáda v informatice je soutěží jednotlivců, žádné pořadí zúčastněných zemí v ní není vyhlašováno.

Naši reprezentanti dosáhli následujících výsledků: 31. Jonáš Havelka, 157 bodů, 41. Jan Kaifer, 121 bodů, 46. Michal Pácal, 99 bodů, 49. Václav Janáček, 71 bodů. Nikdo z našich studentů tedy nezískal medaili.

Veškeré informace o soutěži, texty soutěžních úloh i podrobné výsledky soutěžících lze nalézt na Internetu na adrese `https://ceoi.sk/`. Následující 27. ročník Středoevropské olympiády v informatice CEOI 2020 se bude konat v Maďarsku ve městě Nagykanizsa ve dnech 29. 6. až 5. 7. 2020. V roce 2021 by se měla CEOI konat v Chorvatsku.

Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019

IOI 2019 · BAKU AZERBAIJAN

Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019 měla letos svůj 31. ročník. Soutěž se konala ve dnech 4.–11. 8. 2019 v Ázerbájdžánu v hlavním městě Baku. Na organizačním zajištění se podílela místní státní univerzita ADA University, která byla založena v Baku nově až v roce 2006. Olympiáda probíhala ve sportovní hale Národní gymnastická aréna. Soutěžící byli ubytováni v nedaleké „olympijské vesnici“, odkud mohli na soutěž dojít pěšky. Vedoucí všech delegací a hosté bydleli v dosti vzdáleném luxusním hotelu Boulevard Hotel Baku na břehu Kaspického moře. Tam probíhala i všechna jednání komisí a mezinárodní jury.

Letošní olympiády se zúčastnilo celkem 327 soutěžících z 87 zemí celého světa, mimo soutěž navíc ještě druhé družstvo pořádající země. Počet zúčastněných zemí tak zůstal stejný jako v loňském roce. Naše české družstvo mělo následující složení:

Michal Jireš, absolvent G F. M. Pelcla v Rychnově nad Kněžnou
Jiří Kalvoda, student Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně
Josef Minařík, absolvent Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně
Radek Olšák, absolvent Mensa gymnázia v Praze 6

Vedoucími české delegace na IOI 2019 byli *doc. RNDr. Tomáš Pitner, Ph.D.* z Fakulty informatiky Masarykovy univerzity v Brně a *doc. RNDr. Pavel Töpfer, CSc.* z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Vlastní soutěž se konala jako obvykle ve dvou dnech, oddělených jedním odpočinkovým dnem. Průběh soutěže i způsob hodnocení úloh je na IOI stejný, jako na CEOI. Pro všechny účastníky olympiády byl kromě samotné soutěže připraven i bohatý doprovodný program, v jehož rámci měli účastníci možnost navštívit historické centrum města Baku, muzeum koberců, přírodní rezervaci Yanardag, historickou etnografickou rezervaci ve vesnici Gala a chovatelskou stáj koní Elite Horse Club.

Každá ze šesti soutěžních úloh je hodnocena maximálně 100 body, takže celkem bylo možné získat až 600 bodů. Letošním absolutním vítězem se stal stejně jako v loňském ročníku soutěže student Benjamin Qi z USA, který získal 547,09 bodu. Na základě přesně stanovených pravidel se na IOI podle dosažených bodů rozdělují medaile. Některou z medailí obdrží nejvýše polovina účastníků soutěže, přičemž zlaté, stříbrné a bronzové medaile se rozdělují v poměru 1 : 2 : 3 s ohledem na to, aby soutěžící se stejným bodovým ziskem získali stejnou medaili. Na letošní IOI bylo uděleno celkem 163 medailí, z toho 28 zlatých, 54 stříbrných a 81 bronzových.

Výsledky našich soutěžících: 33. Jiří Kalvoda, 400,70 bodu, stříbrná medaile, 72. Josef Minařík, 341,33 bodu, stříbrná medaile, 124. Michal Jireš, 286,08 bodu, bronzová medaile, 268. Radek Olšák, 133,20 bodu.

Zisk dvou stříbrných a jedné bronzové medaile je pro nás velmi dobrým výsledkem a zlepšením oproti loňskému roku, kdy naši soutěžící na IOI získali tři bronzové medaile. Nejúspěšnější zemí se čtyřmi zlatými medailemi se tentokrát stalo Rusko, dalšími nejúspěšnějšími zeměmi byly Čína a USA, obě se třemi zlatými a jednou stříbrnou medailí. Mezinárodní olympiáda v informatice je výhradně soutěží jednotlivců a oficiální pořadí zúčastněných zemí v ní není vyhlašováno. Není tedy ani stanoveno, zda by se mělo určovat podle počtu medailí, podle celkového počtu bodů získaných soutěžícími dané země nebo třeba podle součtu jejich dosažených umístění. Naše výsledky nás každopádně řadí přibližně do jedné čtvrtiny v celkovém pořadí zúčastněných zemí, tzn. kolem 20.–25. místa. Slovenské družstvo bylo letos ještě úspěšnější, získalo tři stříbrné a jednu bronzovou medaili.

Všechny podrobnosti o soutěži i texty soutěžních úloh lze nalézt na internetu na adrese:

`https://ioi2019.az/`

Kompletní výsledková listina je k dispozici na webové stránce se statistikami:

`http://stats.ioinformatics.org/results/2019`

Další ročníky Mezinárodní olympiády v informatice se budou konat v Singapuru (2020), Egyptě (2021), Indonésii (2022) a Maďarsku (2023). Pořadatelé příští mezinárodní olympiády v informatice ze Singapuru na místě pozvali všechny delegace zúčastněné na IOI 2019, aby se zúčastnily také následujícího 32. ročníku soutěže, který proběhne ve dnech 19.–26. července 2020.

Matematický korespondenční seminář – PraSe

Za organizátory PraSete Pavel Töpfer, MFF UK Praha

Milý příteli,

dostává se Ti do rukou textík, který si klade za cíl krátce představit Matematický korespondenční seminář PraSe. Název PraSe vznikl jako zkratka ze slov PRAžský SEminář, neboť právě v Praze sídlíme, a to konkrétně na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy.

Korespondenční seminář je celoroční soutěž určená pro středoškoláky (a nadané základoškoláky). Přibližně jednou za měsíc vydáváme sérii osmi zajímavých matematických úloh. Účastníci semináře mají za úkol úlohy vyřešit a svá řešení nám elektronicky nebo poštou poslat. My potom řešení opravíme a obodujeme. Není nutné odeslat řešení všech úloh a také se vyplatí poslat i neúplná řešení, protože i za ně můžou účastníci získat alespoň část bodů. Kromě toho, že účastníkům jejich opravená řešení posíláme zpátky, zveřejňujeme také vzorová řešení všech úloh. Do soutěže je možné se zapojit kdykoliv během roku.

Proč se semináře účastnit? Snažíme se, aby řešení semináře bylo především zábavou. Mimo to je ale také dobrou přípravou pro účast v nejrůznějších matematických soutěžích i pro další studium matematiky. Nicméně, i pokud se matematice dále věnovat nehodláš, určitě se Ti v životě bude hodit schopnost logicky uvažovat, řešit problémy a srozumitelně formulovat své myšlenky, kterou si s námi procvičíš. Navíc se díky řešení semináře můžeš dostat na Matfyz bez přijímaček.

Největší odměnou pro pilné řešitele je týdenní soustředění – akce, na které se setkáš s dalšími řešiteli a s organizátory semináře. Získáš spoustu nových matematických znalostí a užiješ si bohatý program, hry, soutěže, sport a povídání si s kamarády. Soustředění se konají dvakrát ročně, pokaždé v jiné části republiky, ale vždy uprostřed krásné přírody. Rozhodně se tam hodně naučíš a odvezeš si mnoho silných zážitků.

Pokud Tě Matematický korespondenční seminář zaujal, rozhodně se neboj ho zkusit. Zadání druhé série najdeš níže. Více podrobností najdeš na našem webu: `https://mks.mff.cuni.cz/`.

Doufáme, že se rozhodneš do řešení semináře zapojit.

Posloupnosti

2. PODZIMNÍ SÉRIE TERMÍN ODESLÁNÍ: 4. LISTOPADU 2019

K této sérii Ti spolu s prvními komentáři 39. ročníku přijde text, ve kterém budou vysvětleny základní pojmy a značení nutné k pochopení tohoto zadání. O něco dříve ho najdeš na našich stránkách na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/commentary`.

ÚLOHA 1. (3 body)
Hedvika napsala na tabuli slovo POSLOUPNOSTI. Poté každé písmenko nahradila číslicí od 1 do 9, přičemž stejná písmenka nahradila stejnými číslicemi a různá různými. Mohlo se stát, že po nahrazení byl rozdíl každých dvou sousedních číslic alespoň tři?

ÚLOHA 2. (3 body)
Mějme posloupnost přirozených čísel $a_1, a_2, \ldots, a_8$, pro kterou platí, že pokud je a_n dělitelné třemi, tak $a_{n+1} = a_n/3$. V opačném případě je $a_{n+1} = a_n - 1$. Dále víme, že a_1 je čtyřciferné číslo a $a_8 = 1$. Najděte všechna možná a_1.

ÚLOHA 3. (3 body)
Dokažte, že pokud rostoucí aritmetická posloupnost celých čísel obsahuje druhou mocninu přirozeného čísla, obsahuje jich nekonečně mnoho.

ÚLOHA 4. (5 bodů)
Uvažujme všechny posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ nenulových reálných čísel, ve kterých $a_1 = 1$ a které pro všechna přirozená n splňují

$$a_{n+1} + a_n = (a_{n+1} - a_n)^2.$$

Kolika různých hodnot může nabývat a_{2019}?

ÚLOHA 5. (5 bodů)
Radeček si napsal na papír všech 2^{2019} různých posloupností plus a mínus jedniček o délce 2019. Poté v každé z nich sečetl všechny její prvky a tento součet umocnil na druhou, čímž dostal 2^{2019} výsledků. Jaký je jejich průměr?

ÚLOHA 6. (5 bodů)
Pro která kladná reálná čísla b existuje posloupnost kladných reálných čísel $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ splňující

$$a_{n+2} = \sqrt{b \cdot a_{n+1} - a_n}$$

pro všechna přirozená n?

ÚLOHA 7. (5 bodů)
Jsou dány dvě posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ a $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ přirozených čísel, přičemž pro všechna přirozená n je b_n rovno součinu všech různých prvočísel dělících a_n. Dále pro všechna $n \geq 2$ platí $a_n = a_{n-1} + b_{n-1}$. Dokažte, že existuje přirozené k splňující $a_k/b_k = 2019$.

ÚLOHA 8. (5 bodů)
Je dána posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ přirozených čísel taková, že $a_1 = 1$ a pro všechna přirozená n větší než 1 je a_n nejmenší přirozené číslo, které je různé od všech předchozích prvků posloupnosti a které je nesoudělné s jejich součtem. Dokažte, že tato posloupnost obsahuje všechna přirozená čísla.

Korespondenční seminář M&M

Za M&M Adéla Foglarová & Kristýna Kamenářová, MFF UK Praha

Milý čtenáři!

Rádi bychom Ti představili korespondenční seminář M&M. Je určený pro středoškoláky, které zajímá matematika, fyzika nebo informatika a rádi se o těchto vědách dovídají něco nového. A jak to funguje? Během školního roku vydáváme 6 čísel časopisu nabitého články, úlohami, ale především tématy k zamyšlení. Za každou vyřešenou úlohu nebo úvahu k tématu získáváš body a soutěžíš tak s ostatními řešiteli o krásné ceny, a hlavně se tak můžeš dostat na soustředění, která pořádáme dvakrát ročně. Na soustředění poznáš lidi s podobnými zájmy, budeš chodit na zajímavé přednášky, zahraješ si spoustu neotřelých her a taky si zkusíš, jaké je to zabývat se určitým problémem a pak ho prezentovat na malé, téměř vědecké, konferenci. A teď bychom Ti chtěli ukázat jeden z řešitelských článků, abys věděl/a, na co se těšit.

Řešitelský článek

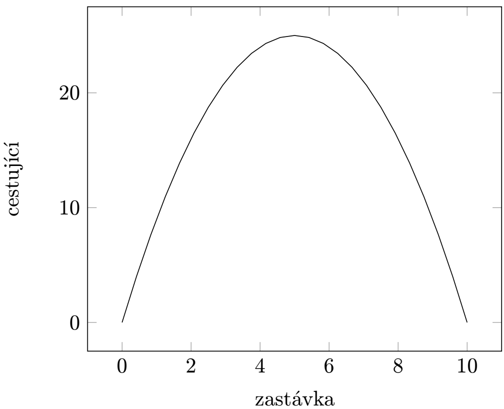
Abstrakt. V tomto článku se teoreticky zabývám odhadem vývoje počtu cestujících na linkách bez konkrétního směru a v dlouhodobém průměru dní i časů. Používám několik metod, které mají za cíl postupně zpřesnit výsledný odhad.

Úvod

Bohužel jsem neměl dostatek experimentálních dat, takže jsem situaci popisoval čistě teoreticky. Pro začátek uvažujme pouze dlouhodobý průměr, tedy neorientovanou trasu bez konkrétního času (cestující se zpravidla vrací i zpět). V tom případě můžeme problém převést na „Čemu je úměrný počet lidí jedoucích mezi místy/městy A a B?“ (Resp. n_1 a n_2.)

Rovnoměrné rozložení

V nejtriviálnějším případě mezi každou dvojicí jede stejný počet lidí. Po vydělení konstantou tohoto počtu zjistíme, že na k-té zastávce z n při číslování od 1 vystoupí k–1 lidí (předchozí zastávky) a nastoupí $n-k$ (následující zastávky) lidí, počet lidí se tedy zvýšil o $n-k-k+1 = n-2k+1$ (resp. sníží, je-li toto číslo záporné). Z toho vyplývá, že po l-té zastávce je uvnitř $\sum_{k=1}^{l} n-2k+1 = l*(n+1)-2\sum_{k=1}^{l} k = ln+l-2\frac{l(l+1)}{2} = ln+l-l^2-l = ln-l^2$ osob. Pokud bude zastávek celkem 10, graf zachycující vývoj počtu cestujících vypadá takto:



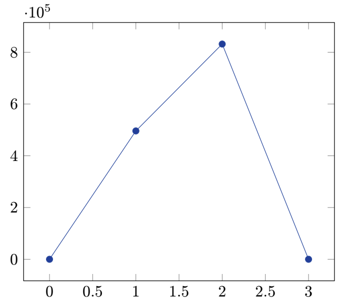
Jedná se o kvadratickou funkci, tedy parabolu, takže nejvyšší počet cestujících je uprostřed – ve vrcholu paraboly. Všimněme si, že na začátku i na konci je tramvaj podle očekávání prázdná. Bohužel zastávky běžně nejsou rovnocenné, takže musíme zavést nějaký jiný model.

Součet obyvatel

Pokud zanedbáme ostatní spoje, popřípadě řekneme, že jsou rozložené úměrně počtu obyvatel, můžeme říct, že počet pasažérů mezi dvěma městy záleží na velikosti těchto měst, resp. na počtu lidí, kteří z nich mohou cestovat – součtu počtů obyvatel daného města (pro n-té město o_n). Pokud mezi dvěma městy cestuje o_n+o_k lidí, můžeme říci, že o_n+o_k nastoupí na n-té zastávce a vystoupí na k-té. Na n-té zastávce z l tedy nastoupí $\sum_{k=n+1}^{l}(o_n+o_k)$ lidí a vystoupí jich $\sum_{k=1}^{n-1}(o_n+o_k)$. Celkový počet se zvýší (resp. sníží při záporném čísle) o $\sum_{k=n+1}^{l}(o_n+o_k) - \sum_{k=1}^{n-1}(o_n+o_k) = o_n(l-n-n+1)+\sum_{k=n+1}^{l}o_k-\sum_{k=1}^{n-1}o_k = o_n(l-2n+1)+\sum_{k=1}^{l}o_k-o_n-2\sum_{k=1}^{n}o_k = o_n(l-2n)+\sum_{k=1}^{l}o_k-2\sum_{k=1}^{n-1}o_k$. Přitom $\sum_{k=1}^{l}o_k$ je konstantní, protože se jedná o součet obyvatel všech měst na trase, můžeme jej tedy nahradit zápisem O.

Dostáváme tedy rekurzivní funkci, kde se počet cestujících po n-té zastávce změní o $o_n(l-2n)+O-2\sum_{k=1}^{n-1}o_k$, přičemž poslední sumace je zřejmě počet obyvatel měst před n-tým. Vzhledem k tomu, že používáme konstantní velikosti měst, bude jednodušší než vystihnout tuto rekurzivní funkci předpisem ukázat příklad pomocí počítačově dopočítaných dat. Pro tento příklad jsem vybral trasu Přerov–Kroměříž–Brno. Vstupní data mohou vypadat např. takto (údaje o počtech obyvatel jsou z Wikipedie): Přerov 43 791, Kroměříž 29 002, Brno 379 527.

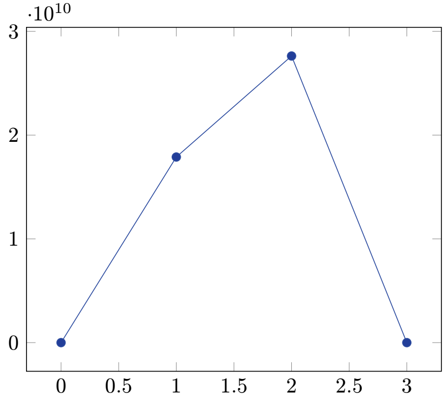
Strojovým zpracováním těchto dat s využitím rekurzivní funkce se startem v bodě 0 dostaneme počty 496091 a 831807, před první a po poslední zastávce samozřejmě 0. (Na žádost mohu dodat i použitý kód v Pythonu.) Graficky znázorněno:



Vidíme, že v tomto případě nebyl předchozí způsob tak daleko od tohoto, ale určité rozdíly jsou.

Důležitost

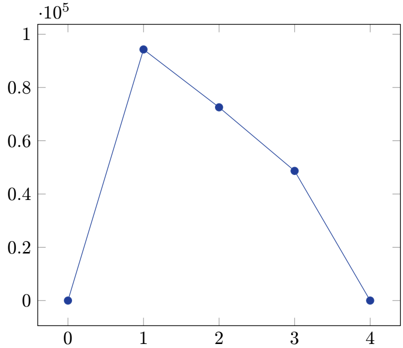
Dalším způsobem, jak odhadnout rozložení, je využití důležitosti města – čím důležitější město, tím více lidí do něj bude cestovat. Pro účely tohoto článku zjednodušme důležitost na veličinu přímo úměrnou počtu obyvatel – většinou se někam jezdí za někým. Z toho vyplývá, že pokud si počty obyvatel dvou měst označíme o_n, resp. o_k, bude zde cestovat $o_n * o_k$ lidí z města n a obdobně $o_k * o_n$ lidí z města k, celkem tedy $2o_n o_k$. Pořád roznásobujeme konstantou, takže pro účely tvaru křivky můžeme počítat s tím, že mezi těmito městy bude cestovat $o_n o_k$ pasažérů. V n-tém městě z l tedy nastoupí $\sum_{k=n+1}^{l} o_k o_n$ lidí a vystoupí $\sum_{k=1}^{n-1} o_n o_k$, celkem se počet pasažérů změní o $\sum_{k=n+1}^{l} o_k o_n - \sum_{k=1}^{n-1} o_n o_k = o_n(\sum_{k=n+1}^{l} o_k) - \sum_{k=1}^{n-1} o_k = o_n(O - o_n - 2\sum_{k=1}^{n-1} o_k)$. Pokud takto získanou rekurzivní funkci použijeme na výše zmíněná data, dostaneme čísla obrovských řádů – kromě nulových krajních bodů jsou postupně 17889017619 a 27625453051, graficky:



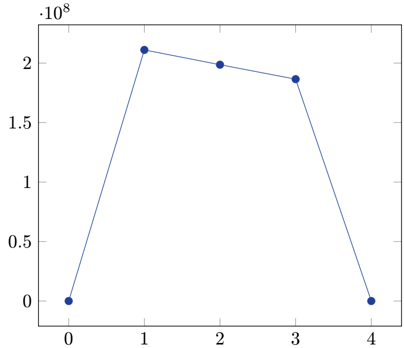
Můžeme si všimnout, že u těchto dat se grafy téměř neliší, hlavně z toho důvodu, žě města jsou řádově podobně velká. Rozdíl je vidět na následující sadě dat, která zobrazují vlak mezi dvěma malými městy, z nichž jedno je znatelně větší, který projíždí přes dvě vesnice.

Kroměříž	Postupky	Bezměrov	Kojetín
29002	558	520	6200

Minulým způsobem (konkrétní data neuvádím, nejsou nějak zvláště důležitá a z informací zde na ně není těžké přijít):



A pomocí důležitosti:



Jelikož se jedná o spoj, se kterým mám určité zkušenosti, můžu potvrdit, že druhý graf je podstatně přesnější. V Postoupkách a Bezměrově téměř nikdo nevystupuje a nenastupuje – co by tam taky kdo dělal.

Závěr

Pravděpodobně nejpřesnější metodou je počítání s důležitostí daného města pomocí rekurzivní funkce, pro nedostatek experimentálních dat bylo tuto domněnku ale nemožné spolehlivě potvrdit. Důležitost města navíc samozřejmě ovlivňují i další faktory a úměra nemusí být nutně přímá – uvažoval jsem i o exponenciální podobě, kterou vidíme například u Prahy – v důsledku pragocentrismu je více než dvakrát důležitější než Brno. Dále třeba vzdálenost, častěji se jezdí kratší úseky než delší. Samostatnou kapitolu potom tvoří orientované trasy a konkrétní časy, protože faktorů rychle přibývá.

Matematické problémy nematematiků

Kateřina Henclová

Forenzní genetička Halina Šimková výstižně říká: „Největším problémem nematematiků je, že netuší, že mají matematický problém. A dost často vůbec netuší, že mají nějaký problém.“ Konstatuje to v úvodu své přednášky „Vraždy podle Bayese: není důkaz jako důkaz“, ve které se věnuje tomu, jak mnohdy zkresleně lidský mozek vyhodnocuje realitu, jaké to má praktické důsledky ve forenzních vědách a u soudních procesů a jak se to dá napravit použitím bayesovské statistiky.

Přednášky jako tato se pravidelně konají v rámci semináře Matematické problémy nematematiků, který probíhá pod záštitou katedry matematiky FJFI ČVUT a katedry numerické matematiky MFF UK. Zváni jsou zajímavé osobnosti, odborníci z firem nebo akademici se zkušenostmi z praxe, aby přednášeli na nejrůznější témata týkající se aplikované matematiky a aplikací matematiky. V minulosti jsme měli tu čest uvítat např. Martina Bálka (Avast), Petra Smrčka (Warhorse Studios), Josefa Strelce (BIS ČR), Františka Brázdika (ČNB), Andreu Hlaváček (Škoda Auto) a mnohé další.

Naším cílem je jednak doplňovat teoretickou výuku, ale také ukazovat studentům široké možnosti jejich uplatnění. Ono totiž nejen, že nematematici netuší, že mají matematické problémy – také matematici často netuší, že nematematici mají matematické problémy.

Při plánování programu semináře se maximálně snažíme o to, aby posluchačům nabídl obsah s vysokou přidanou hodnotou – něco, co se nedozví jinde a nedočtou v žádných skriptech. Témata vybíráme ve spolupráci s přednášejícími tak, aby reflektovala aktuální a atraktivní trendy a pokrývala co nejrozmanitější aplikace. Pro zimní semestr 2019/20 plánujeme následující program:

9. 10. *Oblačno, slunečno, místy matematično aneb jak se počítá počasí (ČHMÚ)*
Radmila Brožková o numerických předpovědích počasí

23. 10. *Fulltextové vyhledávání na Seznam.cz (Seznam)*
Vladimír Kadlec o tom, jak funguje český vyhledávač

6. 11. *Jak se neutopit v moři online reklamy (DataSentics)*
Jakub Štěch o strojovém učení pro marketingové účely

20. 11. *Kvantový počítač: pátý jezdec apokalypsy? (Raiffeisenbank)*
Kryptolog Tomáš Rosa o počítačové bezpečnosti a jejích slabinách

4. 12. *Od atomů a molekul k očním kapkám (Ústav fyzikální chemie J. H. AV ČR)*
Lukasz Cwiklik o (matematickém) modelování ve farmacii

18. 12. *Matematická teorie hudby*
Petr Koronthály a nevšední hudební přednáška s matematickou příchutí

Další podrobnosti naleznete na oficiálních webových stránkách:
`www.seminar.fjfi.cvut.cz`

Přednášky jsou veřejně přístupné, ať už naživo v budově Jaderky nebo jako projekce na spřátelených katedrách po republice. Kromě toho jsou díky vstřícnosti přednášejících a zajištění ze strany KM FJFI ČVUT nyní ke zhlédnutí také záznamy přednášek na stejnojmenném YouTube kanálu semináře Matematické problémy nematematiků. Jednotlivé přednášky se liší množstvím matematiky v nich obsažené, ale mnoho z nich je přístupných i zvídavým středoškolákům.

Náš seminář původně vznikl na Matfyzu jako studentská iniciativa. Ovšem postupem času se značně rozrostl, když se počet posluchačů zvětšoval semestr od semestru geometrickou řadou. Ukázalo se, že hlad po ukázkách matematiky z praxe je mezi studenty velký. A nejen mezi studenty matematických oborů a nejen mezi matfyzáky. V minulém semestru bylo zapsáno celkem 220 studentů z celkem 9 fakult UK a ČVUT, přičemž komunita kolem facebookovské stránky semináře (@MFFSeminar) je ještě mnohem větší. Proto jsme nyní seminář ve formě přímého přenosu nabídli dalším katedrám matematiky napříč republikou a potěšil nás pozitivní ohlas. Ať už jsme v Praze, Liberci, Olomouci nebo jinde, tak nás organizátory všechny spojuje touha popularizovat matematiku a ukázat, že to nemusí být jen divná abstraktní disciplína, ale že je užitečná všude kolem nás. Každý z nás se totiž denně setkává s otázkami, na které seminář odpovídá: k čemu je dobrá matika? Jaké jsou její praktické aplikace?

Výzva k zasílání článků

Vážené studentky, vážení studenti!

- Řešíte zajímavou fyzikální, matematickou či informatickou práci?
- Týká se vaše seminární práce některého z výše uvedených oborů?
- Podílíte se na zajímavém F, M, I projektu?
- Chcete představit výsledky své práce také ostatním?
- Organizujete seminář, tábor, soutěž nebo nějakou jinou akci týkající se F, M, I pro středoškoláky?
- Máte nějaký jiný námět, který by se měl objevit v tomto časopise?

Napište článek a zašlete nám jej do *Rozhledů*!

Přijímáme články shrnující původní práce, přehledové články či krátká sdělení. Váš příspěvek bude po recenzi uveřejněn v jednom z následujících čísel našeho časopisu.

Články zasílejte na adresu: **rozhledy@jcmf.cz**

ROZHLEDY
matematicko-fyzikální
Ročník 94 (2019), číslo 3

OBSAH

Pokyny pro autory

Příspěvky dodávejte na adresu redakce v elektronické podobě. Nejlépe napsané ve formátu LaTeX, přijatelný je i formát PlainTeX, je akceptovatelný i text připravený editorem Word či podobným.

Pokud jde o obrázky, je žádoucí, aby byly připraveny v reprodukovatelné podobě. Každý obrázek nechť je v samostatném souboru, nejlépe ve formátu eps nebo pdf. Přípustná je též bitmapa v dostatečném rozlišení.

Ke každému zasílanému příspěvku (ne u soutěží, zpráv a recenzí) přiložte krátkou anotaci v českém jazyce. Dále je žádoucí, aby u každého příspěvku byla uvedena literatura, na kterou je v textu odkazováno.