ROZHLEDY

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ

ČASOPIS PRO ZÁJEMCE O MATEMATIKU, FYZIKU A INFORMATIKU

ROČNÍK 97 (2022) • ČÍSLO 2

Vydává Jednota českých matematiků a fyziků
tel.: 222 090 708-9, e-mail: jcmf@math.cas.cz
za podpory MFF UK Praha a FJFI ČVUT Praha

Vycházejí 4 čísla v kalendářním roce

Obálku navrhl Bohuslav Šír

Sazbu programem TEX připravil RNDr. Miloslav Závodný

Adresa redakce: MFF UK, V Holešovičkách 2, 182 00 Praha 8 – Troja
e-mail: rozhledy@jcmf.cz

Internetové stránky časopisu: https://rozhledy.jcmf.cz/

Vytiskla Tiskárna Pohlline, Zálesí 1126/88, 142 00 Praha 4

Distribuci pro předplatitele provádí v zastoupení vydavatele
MediaCall, s. r. o.
Vídeňská 546/55, 639 00 Brno
tel.: +420 532 165 165, e-mail: export@mediacall.cz
web: www.zahranicnitisk.com

ISSN 0035-9343 MK ČR E4691

Kouzlo Sierpińského trojúhelníku
The Magic of the Sierpiński Triangle

Vlastimil Dlab, Bzí u Železného Brodu

S pojmem nekonečna, naprosto podstatným v celé řadě pojmů současné matematiky, se setkáváme už v raném stádiu výuky matematiky. Občas vede k závěrům, které nás mohou překvapit. Pojem limity a konstrukce Sierpiǹského spolu s konstrukcemi, které z ní mohou být snadno odvozeny, slouží jako takové příklady. Vyjadřují obsahy geometrických útvarů jako nekonečný součet obsahů jejich „izolovaných“ částí.

Příklad (Trojúhelník Sierpińského). V rovnostranném trojúhelníku ABC sestrojme posloupnost trojúhelníků $A_1B_1C_1$, $A_{2t}B_{2t}C_{2t}$ pro $t = 1, 2, 3$, $A_{3t}B_{3t}C_{3t}$ pro $t = 1, 2, \ldots, 3^2$, $A_{4t}B_{4t}C_{4t}$ pro $t = 1, 2, \ldots, 3^3$, atd., jak je naznačeno na obr. 1. Do jaké míry vyplní tyto trojúhelníky původní trojúhelník ABC?

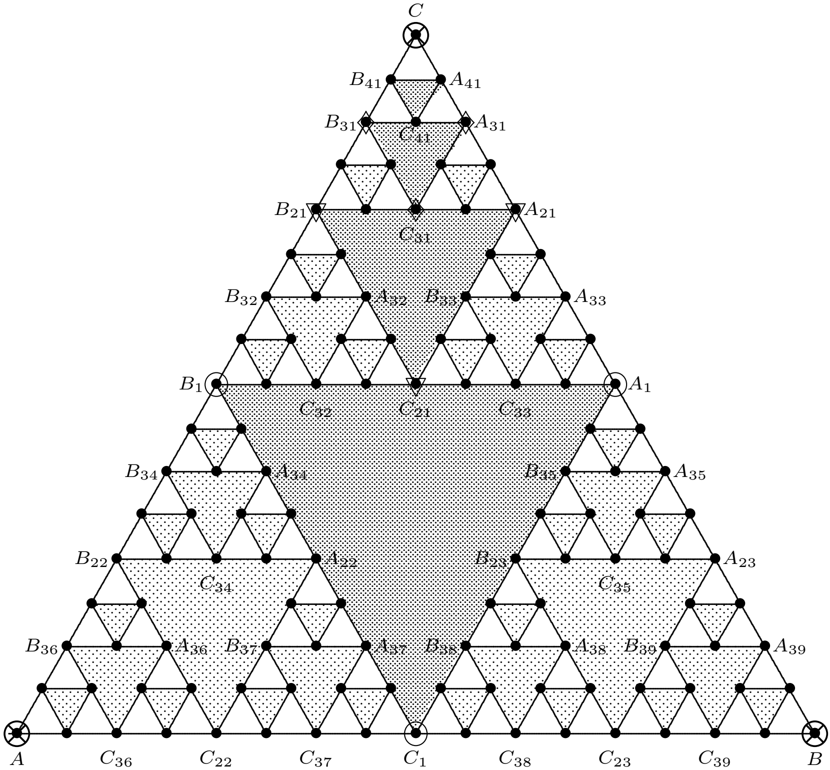
Označíme-li délku strany daného trojúhelníku a, tj. $|AB| = |BC| = |CA| = a$, celková plocha sestrojených (šrafovaných) trojúhelníků je součet geometrické řady:

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 3\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2^2}\right)^2 + 3^2\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2^3}\right)^2 + 3^3\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2^4}\right)^2 + \cdots =$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2\frac{1}{4}\left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \cdots\right] = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

což je obsah původního trojúhelníku. Tedy, vyšrafovaná plocha nakonec vyplní celý původní trojúhelník (až na křivku, kterou obdržíme sjednocením stran všech vepsaných trojúhelníků).

The concept of infinity is unquestionably essential in contemporary mathematics. It already appears in the early stages of mathematics education and occasionally leads to conclusions that may surprise us. The concept of a limit, the Sierpiński construction and its simple derivations can serve as such examples. They express the areas of geometric objects as an infinite sum of the areas of their “isolated” parts.

Example (The Sierpiński triangle). Given an equilateral triangle ABC construct a sequence of triangles $A_1B_1C_1$, $A_{2t}B_{2t}C_{2t}$ for $t = 1, 2, 3$, $A_{3t}B_{3t}C_{3t}$ foor $t = 1, 2, \ldots, 3^2$, $A_{4t}B_{4t}C_{4t}$ pro $t = 1, 2, \ldots, 3^3$, etc., as indicated in Fig. 1.



Obr. 1 Trojúhelník Sierpińského

Fig. 1 The Sierpiński triangle

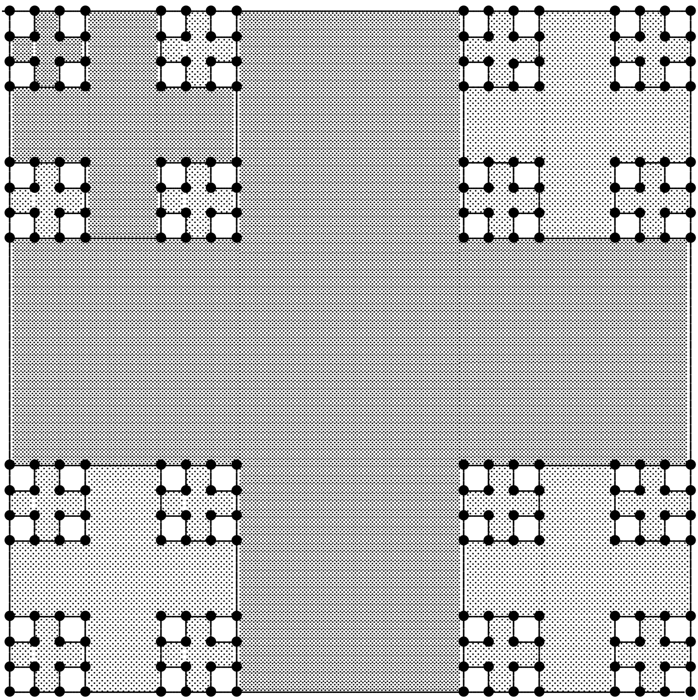
Denoting the length of the side of the given triangle by a, i.e. $|AB| = |BC| = |CA| = a$, the total area of the constructed (hatched) triangles is the sum of the geometric progression

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 3\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2^2}\right)^2 + 3^2\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2^3}\right)^2 + 3^3\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{2^4}\right)^2 + \cdots$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2\frac{1}{4}\left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \cdots\right] = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

representing the area of the original triangle. Hence, the hatched area fills the entire original triangle (up to the curve that represents the union of all sides of the inscribed triangles).

Cvičení. Ukažte, že stejnou konstrukci můžeme provést pro zcela libovolný trojúhelník.

Není nutné se omezit na trojúhelníky. Obrázky 2 a 3 imitují ideu Sierpiǹského trojúhelníku na čtverci. Poznamenejme, že libovolný rovnoběžník poskytuje stejné možnosti.



Obr. 2 Čtverec à la Sierpiński (a)

Fig. 2 Square à la Sierpiński (a)

Exercise. Show that a similar construction can be performed for an arbitrary triangle.

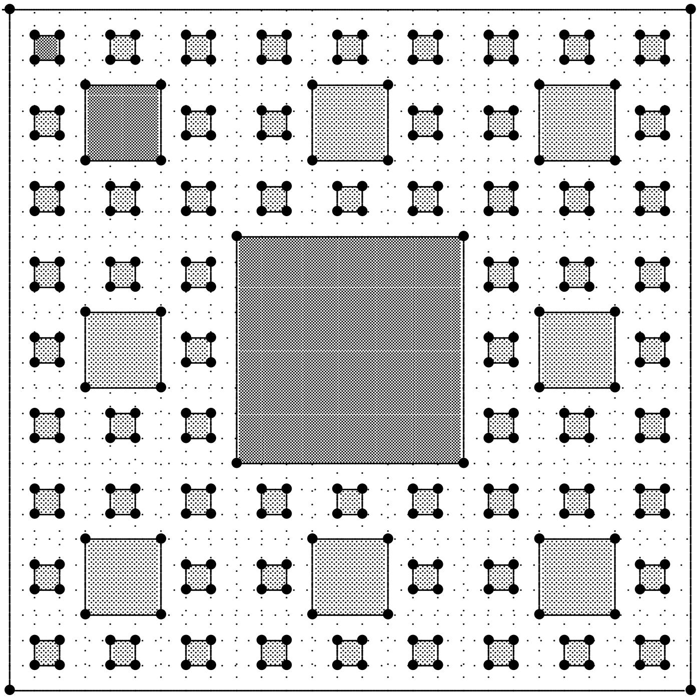
There is no need to restrict the construction to triangles. Figures 2 and 3 repeat the idea of the Sierpiński triangle, this time with a square.

Let us remark that an arbitrary parallelogram provides equal possibilities.

Označíme-li délku strany čtverce a, obsah vyšrafované plochy ve čtverci na obrázku 2 dostaneme součtem geometrické řady

$$5\left(\frac{a}{3}\right)^2 + 4\cdot 5\left(\frac{a}{3^2}\right)^2 + 4^2\cdot 5\left(\frac{a}{3^3}\right)^2 + 4^3\cdot 5\left(\frac{a}{3^4}\right)^2 + \cdots =$$
$$= \frac{5a^2}{9}\left[1 + \frac{4}{9} + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^3 + \cdots\right] = \frac{5a^2}{9}\cdot\frac{9}{5} = a^2,$$

což je obsah původního čtverce. Tedy, vyšrafovaná plocha opět vyplní celý čtverec, což už sám obrázek naznačuje. Zajímavější je obr. 3.



Obr. 3 Čtverec à la Sierpiński (b)

Fig. 3 Square à la Sierpiński (b)

Denoting the length of the side of the square by a, the hatched area in the square of Fig. 2 is the sum of the geometric progression given by

$$5\left(\frac{a}{3}\right)^2 + 4\cdot 5\left(\frac{a}{3^2}\right)^2 + 4^2\cdot 5\left(\frac{a}{3^3}\right)^2 + 4^3\cdot 5\left(\frac{a}{3^4}\right)^2 + \cdots$$
$$= \frac{5a^2}{9}\left[1 + \frac{4}{9} + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^3 + \cdots\right] = \frac{5a^2}{9}\cdot\frac{9}{5} = a^2,$$

which is the area of the original square. Hence, the hatched area again fills the entire square. In fact, Fig. 2 illustrates this fact rather well. Fig. 3 is even more interesting.

Plocha, kterou dostaneme sjednocením všech vepsaných čtverců, vyplní (až na křivku, kterou obdržíme sjednocením všech stran vepsaných čtverců) opět celý původní čtverec. Zde se jedná o součet geometrické řady:

$$\left(\frac{a}{3}\right)^2 + 8\left(\frac{a}{3^2}\right)^2 + 8^2\left(\frac{a}{3^3}\right)^2 + \cdots = \frac{a^2}{9}\left[1 + \frac{8}{9} + \left(\frac{8}{9}\right)^2 + \cdots\right] = \frac{a^2}{9}9 = a^2.$$

Podrobnější informace týkající se trojúhelníku Sierpiňského nalezneme mimo jiné na stránkách Wikipedie `https://cs.wikipedia.org/wiki/Sierpi%C5%84sk%C3%A9ho_troj%C3%BAheln%C3%ADk` či v historickém dokumentu [1].

The area obtained by summing up all the inscribed squares fills up again the entire original square (up to the curve that is the union of the sides of the inscribed squares). Here, we deal with the sum of the geometric progression

$$\left(\frac{a}{3}\right)^2 + 8\left(\frac{a}{3^2}\right)^2 + 8^2\left(\frac{a}{3^3}\right)^2 + \cdots = \frac{a^2}{9}\left[1 + \frac{8}{9} + \left(\frac{8}{9}\right)^2 + \cdots\right] = \frac{a^2}{9}9 = a^2.$$

You can find more detailed information relating to the Sierpiński triangle on Wikipedia `https://en.wikipedia.org/wiki/Sierpi%C5%84ski_triangle` or in the article [1].

Literatura

[1] Conversano, E., Tedeschini-Lalli, L.: Sierpinsky triangles in stone on medieval floors in Rome. *Aplimat – Journal of Applied Mathematics*, 4 (2011), č. 4, s. 113–122.

Rozhovor s profesorem Vlastimilem Dlabem

Profesor Vlastimil Dlab (narozen 5. srpna 1932) je autorem mnoha článků pro Rozhledy matematicko-fyzikální. Vyznačují se zajímavostí a pestrostí témat (např. geometrie, aritmetika, komplexní čísla, kombinatorika) a vše je v nich srozumitelně a precizně vysvětleno. Jsou vhodné pro použití při výuce (bojují proti biflování se vzorců bez porozumění). U příležitosti jeho významného životního jubilea bychom rádi nabídli čtenáři možnost dozvědět se více o zajímavém životě a osobnosti tohoto matematika světového významu. Text vychází z rozhovoru se studenty Gymnázia Turnov z roku 2018 a je doplněn odpověďmi profesora Dlaba na čtyři závěrečné dotazy redakce. Podrobný rozhovor z roku 2017 najdete též v [1].

* * *

První stupeň základní školy byl v dobách vašich studií jiný než dnes. Jak tedy vypadala výuka tehdy? Jakým způsobem se odlišovala od té dnešní?

To je těžká otázka, jelikož přesně nevím, jak současná výuka vypadá. Ale popíši vám, jak já procházel základní školou, která se tehdy jmenovala obecná. Tím popíši také školu, která byla na malé vesnici, což s sebou nese fakt, že některé třídy bývaly často spojovány do jedné. Možná to bude působit podivně, ale když se teď podívám zpět, tak to možná bylo prospěšné. Alespoň v mém případě...

Chodil jsem do obecné školy ve Bzí, což je dnes součást Železného Brodu. První třída byla samostatná. V ní bylo za úkol naučit žáky základním počtům a čtení. Bylo ovšem hodně žáků, kteří přicházeli do první třídy a už počítat a číst uměli, a tak jim výuka opravdu mnoho nepřinesla. Spíše naopak, jelikož žádné výjimky, kdy by bylo možné přeskočit do vyšší třídy, v té době neexistovaly. Nechci říci, že to byla „nuda“, to je moc silné slovo, ale opravdu výuka řadě žáků moc nepřinesla. Pamatuji si, že jsme stále a stále četli krátké pohádky, některé jsem už uměl doslova nazpaměť. Nedělo se tedy většinou nic moc zajímavého, a jelikož se jakákoli nepozornost tehdy trestala, často jsem v první třídě držel nad hlavou z kabinetu „vypůjčené“ kameny nebo klečel.

Teprve od druhé třídy, kde už byla druhá, třetí, čtvrtá třída dohromady, bylo najednou něco zajímavého. Porovnávání s tím, co se učilo v jiných třídách, určité závodění mezi žáky – za správné odpovědi jsme dostávali čtverečky na nástěnku – a to už pak byla zábava. Vzhledem k dalšímu studiu bylo tenkrát důležité, že z takové školy se většinou postupovalo do měšťanky – tedy do hlavní školy. Dostat se tehdy z vesnice na gymnázium nebylo tak snadné jako teď, protože se o gymnáziích na mnoha vesnicích moc nevědělo. V mém případě to byla rozhodně náhoda, že tenkrát Pojizerské listy oznámily soutěž o pět míst v sekundě a že do naší školy přišel v březnu 1942 nový, velmi osvícený pan řídící František Riegel, který systém gymnázií znal, a přesvědčil mého otce, aby mě na přijímací zkoušky v Turnově přihlásil. To bylo v době, kdy jsem už chodil prvním rokem do hlavní školy v Huntířově.

Musím poznamenat, že se jedná o dobu druhé světové války. Počet gymnázií byl drasticky redukován: gymnázia na severu tehdejšího protektorátu byla pouze v Turnově, Jičíně, Mladé Boleslavi a Hradci Králové. Soutěživost byla velká, protože nebyly dovoleny paralelky a v jedné třídě mohlo být jenom třicet žáků.

Říkáte „přesvědčil“, znamená to tedy, že váš otec původně nechtěl, abyste šel na gymnázium?

O studiích na gymnáziu se tehdy na vesnicích jako je Bzí neuvažovalo. Ne, že by otec nechtěl, abych odešel studovat právě gymnázium! Bylo to ale tak, že my z vesnic jsme byli připraveni vyučit se v povolání, které bylo vesnici blízké. Musíte si uvědomit, že při zkoušce, která byla ze všech předmětů, jsem byl vyzván ke zkoušce z matematiky, ovšem já to slovo do té doby neslyšel. Tak jsem letěl za tátou a ten taky nevěděl, co je matematika. My jsme znali jenom předmět, který se nazýval počty s měřičstvím. Taková byla situace: odstup města a vesnice byl tehdy zcela jiný než dnes.

Zkoušky jsem udělal, byl jsem ale šestý a bylo jen pět míst. Tak mně nabídli, abych začal v primě, což bylo vlastně mým štěstím. První reakce mého otce byla: „Když tě nevezmou do sekundy, tak tam nepůjdeš,“ ale pan řídící Riegel otce opět přesvědčil, a tak jsem opustil měšťanku v Huntířově a začal studovat v Turnově.

Studovat gymnázium tehdy ale neznamenalo nic lehkého! Zvláště pro vás, když jste ze Bzí musel zdolávat pěšky každý den téměř patnáct kilometrů...

To ano. Navíc situace ve škole byla trochu jiná, než jakou ji znáte dnes. Známek bylo šest. A nejlepší známku „sehr gut“, tedy jedničku, mohli dostat jenom dva žáci ve třídě, čili my jako kluci z vesnice nebo odjinud jsme nikdy neměli šanci dostat jedničku. To zkrátka nepřipadalo v úvahu. Já jsem svoji první jedničku dostal až po válce.

Vaše studijní léta na gymnáziu probíhala na pozadí válečného konfliktu. Jak student reálného gymnázia v Turnově pociťoval, že vyrůstá v období protektorátu? Došlo k nějakým změnám oproti obecné škole v Bzí?

Život se skutečně značně proměnil. Válečné napětí, nebezpečí, popravy nevinných lidí – to všechno bylo denní záležitostí. S odstupem času musím ale dodat, že dnes v dobách míru si hrůzy války uvědomujete více, než pokud jsou každodenní součástí vašich životů a musíte se jim neustále přizpůsobovat.

Musím rovněž podotknout, že, všeobecně řečeno, děti byly od válečných hrůz do jisté míry izolovány. Ve vlacích a vůbec všude byly stálé kontroly, které se ale dětí netýkaly. Děti klidně mohly chodit přes hranice do Sudet a zase zpátky. A tak jsem chodíval k paní Wolfové, která uměla česky, s láhvemi do Sudet pro pivo! Pivo nebylo v Protektorátu k dostání, kdežto v Sudetech ano. Čili pro děti znamenala válka něco jiného než pro dospělé, byl v tom velký rozdíl.

Pamatuji si ale na jednu konkrétní situaci: Do školy jsem odcházel brzy ráno, za tmy. Bylo to v době, kdy byly celé vesnice srovnány se zemí; došlo k eliminaci Lidic a Ležáků a najednou byla obklíčena i naše vesnice... Odcházel jsem tak ze Bzí, které bylo kolem dokola celé obsazeno německým vojskem. Tehdy jsem vůbec nevěděl, co všechno se během dne může stát...

Vzpomínám však také, že i mezi těmi německými vojáky, mnohdy i SS, se objevil přístup k dětem často až přátelský. Rádi se dávali do hovoru, zkoušeli, jak umíme německy a tak dále. Měli doma zřejmě děti, tak jsme jim za ně asi poskytovali jakousi náhradu.

Ptáte se na změny oproti škole v Bzí. Mé studium začalo v současné budově turnovského gymnázia. Později zde byla zřízena vojenská nemocnice a gymnázium bylo přesunuto do dívčí školy v ulici 28. října. Ale to nebyla poslední změna, záhy jsme se učili v budově chlapecké školy vedle sokolovny. Tam jsme se ke konci války učili třikrát týdně, a když se blížil její úplný konec, tak se do školy chodilo jen pro úkoly. V zimě 1944/45 se už ani netopilo.

Stále byly ohlašovány nálety. Zprvu to byl nálet „L patnáct“, což znamenalo, že letadla byla patnáct minut od nás. Ale pak přelétávala tak často, že už byly hlášeny jenom nálety „L pět“. Kdykoliv došlo k nějaké takové výzvě, museli jsme opustit budovu školy...

Za chlapeckou školou, tam němečtí mladí vojáci kopali zákopy. A ti se s námi bavili opravdu velmi přátelsky, taky se jim nelíbilo být ve válce.

Vše se drasticky změnilo v pětačtyřicátém roce, kdy z nás třiceti, z jedné třídy, najednou byla tercie a hned tři třídy (paralelky).

Nematuroval jste ovšem ke konci války, takže jste zažil i rok 1948, pocítil student nějak komunistický převrat?

Já si ho nějak zvlášť nepamatuji. Pamatuji si ale jednu situaci, z níž pramenil opravdu velký problém. Mám na mysli jednu návštěvu kina, které je dnes již opuštěné. Během studia jsme tam se školou často chodili. Tehdy bylo běžné, že se před filmem promítaly aktuality. Při jedné z návštěv ve čtyřicátém osmém roce tak aktuality sdělovaly přebrání moci Gottwaldem. My studenti jsme na to, když to řeknu velmi jemně, hlasitě reagovali. Pamatuji, že z toho potom vznikly velké problémy pro gymnázium. Ta doba se ale více dotkla učitelů, ti byli pod mnohem větším tlakem.

Změnilo se například i to, že se na gymnáziu přestalo vykat. Za války nebo za první republiky se už i primánům vykalo, zrovna tak jako profesorům. Brzy po čtyřicátém osmém roce bylo ale nařízeno tykat, a to i učitelům. To se projevovalo tak, že některým jsme si tykat dovolili a některým ne. Záleželo to z velké míry na učiteli.

Prožil jste na gymnáziu zásadní etapy novodobé československé historie, co vám ale turnovské gymnázium přineslo do dalšího života? Vzpomínáte třeba na nějaké profesory?

No samozřejmě, měl jsem úžasné profesory. A obzvlášť v tom, co jsem si později vybral ke studiu na univerzitě. Když jsem odcházel z gymnázia, nevěděl jsem, zdali budu studovat fyziku nebo matematiku. Oba předměty však vyučovali úžasní profesoři. Ke konci studia na nás měl velký vliv hlavně profesor Tomáš Augustin a už i předtím, profesoři Vincent Maršálek, Wolf, Pour a na fyziku Pelant. To byli opravdu úžasní profesoři a měli rozhodně velký vliv na studenty, rozhodně tedy na mne.

Máte nějakou vzpomínku, třeba i osobní, která je nějak spojena s gymnáziem v Turnově?

No, to je široká otázka. Tak velká vzpomínka je, jak jsme hráli divadlo. Fakticky jsme s tím byli dost úspěšní, a to i v kraji! Samozřejmě také tady v Turnově nebo třeba v Železném Brodě. Hráli jsme Moliérovu hru *Jeho urozenost pan Bařtipán.* Slušněji přeloženo je to *Měšťák šlechticem*, ale my jsme užili výrazu Bařtipán. Hrou jsme samozřejmě strávili hodně času: zkoušky, příprava jeviště a tak dále, což vedlo k vyhýbání se různým zkouškám z různých předmětů, kde to jen šlo. Rovněž ale záleželo na učiteli, do jaké míry to dovolil a trpěl.

Takže dramatický kroužek byl přímo tady na gymnáziu?

To nebyl ani dramatický kroužek. To tenkrát profesor Choura, který nás měl na výtvarnou výchovu, přišel s touto myšlenkou, vybral některé z nás do různých rolí. Já hrál učitele tance a na to vzpomínám celkem rád.

Ještě si vzpomínám, že když jsme psali kompozice z matematiky (čtvrtletní práce), tak mě profesor Maršálek, jakmile jsem práci dokončil, dost důrazně vyhnal z místnosti na chodbu, aby zamezil opisování.

Ještě jsme se o vás dočetli, že jste se z lenosti rozhodl pro studia matematiky. Jak to myslíte – z lenosti?

Protože se nemusíte moc učit, vše je to jednoduché a logicky stavěné. Skutečně by pro většinu třídy měla být matematika na gymnaziální úrovni jedním z nejsnazších předmětů. Třeba v biologii se musíte naučit zpaměti hodně věcí, které mezi sebou nemají žádnou anebo jen velmi malou souvislost. V elementární matematice si nemusíte pamatovat, pokud jí tedy porozumíte, téměř nic. Vzorečky jsou tak jednoduše odvoditelné, že se není třeba učit je zpaměti. Právě v biflování vzorečků a v jejich aplikacích se nadělá nejvíce chyb. Pro mě byly matematické úkoly něco jako luštění křížovek nebo sudoku, takové hříčky. To ale mluvím o matematice na úrovni gymnázia. Současný výzkum v matematice je něco zcela jiného.

K maturitě jste si navíc dobrovolně ještě vybral fyziku…

Ano, mně tehdy bylo doporučováno profesorem Augustinem, abych šel studovat právě fyziku, až teprve později na vysoké škole jsem si vybral matematiku.

Jakou roli sehrálo gymnázium ve vašem výběru vysoké školy?

Bylo jasné, že to bude buď matematika, nebo fyzika. Dokonce jsem napsal takovou malou práci o kombinatorice čísel, kterou tenkrát hodnotila Karlova Univerzita jako výbornou. A vyhrál jsem také soutěž v Rozhledech (tehdy šlo o velmi prestižní matematickou soutěž s mnoha účastníky, pozn. red.), takže jsem měl o matematiku opravdu zájem.

Jak byste popsal období vašeho studia na vysoké škole? Co pro vás znamená, jak na to vzpomínáte?

Bylo to v mnoha ohledech krásné období. Za prvé jsem byl v novém prostředí: v Praze. Je nutné si uvědomit, že tenkrát nebylo zvykem cestovat, a třeba i vidět Prahu nebylo denní záležitostí. Byl jsem poprvé v Praze během války, asi ve dvanácti letech. A najednou jsem tam žil. Ze začátku jsem, nutno podotknout, žil velmi jednoduše. Podnájem jsem měl dohodnut se školníkem zdejšího gymnázia. Ten mi ho sehnal a domluvil se s jednou rodinou, kam jsem pak směl chodit večer na polévku. Postupně jsem se stal asistentem na architektuře a pomáhal jsem i na Matfyzu, který tehdy vznikl (se studiemi jsem začínal ještě na přírodovědecké fakultě). Můj život byl potom zcela jiný, jednodušší. Byl jsem pak také, řekněme, trošku bohatší.

Vzpomínám na to rád, protože jsem si konečně uvědomil, co to je matematika. Já přicházel na univerzitu s představou, že matematika je nějak daná, nějak stvořena. Je to však opravdu naše konstrukce, a to si stále silněji uvědomujete. Obzvláště, když se dostanete do vědeckého proudu a zúčastňujete se té „výstavby“.

A pak přichází rok 1959, vy vyhráváte konkurz a „upisujete se“ súdánské vládě na pět let na tamní univerzitu v Chartúmu. Proč jste se rozhodl právě pro Chartúm?

Protože tehdy bylo těžké, pokud jste nebyl narozen v Praze a neměl jste tam byt, vůbec v Praze žít. Já jsem se mermomocí snažil najít alespoň nějaký kousek sklepa, a to se prostě nedařilo. Dostanete se do stádia, že byste se chtěl oženit, a nemáte žádnou naději na získání bytu nebo na nějaké slušné živobytí. Žil jsem v podnájmu, kde se v mé místnosti netopilo a pro vodu jsem si musel chodit do umyvadla na chodbu, které bylo ráno v zimě zamrzlé. Byly to zkrátka jiné podmínky.

Za druhé mi to i moji profesoři schvalovali, protože to byla jedna z mála možností, jak se poučit a dostat se do vědeckého světa. Byly to doby, kdy se kromě sportovců nikdo nepodíval ani do Vídně nebo do Varšavy. Padesátá léta byla opravdu velmi uzavřená doba.

A v této době vy přicházíte do Súdánu. Jaké byly vaše dojmy z Afriky? Muselo to být něco neuvěřitelného, když jste se najednou jako rodák ze Bzí dostal do Afriky.

To bylo neuvěřitelné! Znalosti o Africe tehdy byly téměř nulové. Jediné knížky byly od Hanzelky a Zikmunda, jenže v Chartúmu jsem se dozvěděl, že to, co tam píší, není v mnoha ohledech pravdou. Sám jsem viděl, že to, co napsali o Chartúmu, byly občas nesmysly, které opsali ze starých knih. Jinými slovy, o Africe bylo velmi málo známo, a proto ani o ni nebyl velký zájem. Lidé si ze mě ještě dělali škodolibou legraci: „Co jedeš dělat do Charbínu?“

Vzpomínáte si na svůj první den, kdy jste tam přijel?

Samozřejmě. Pamatuji si na jednoho příjemného Angličana, který tam přijel se mnou. Oba jsme měli na předměstí *Burri* přislíbený dům od univerzity, který ale nebyl dostavěný. Tak nás oba umístili do jedné místnosti. Byl to *compound*, taková skupina místností, které nazývali „Pink palace“. Kdysi to bylo sídlo pro britské důstojníky. V té místnosti byly dvě *angarepy*, což jsou domorodé postele, a na stěně dva hřebíky, kam jsem si mohl pověsit kabát. Pamatuji si, že mi tam ráno v botě seděla žabička. Můj kolega to nesnesl, vybral zálohy, co nám tam univerzita připravila, a zmizel. Od té doby jsem ho už nikdy neviděl.

Měl jsem tam v té době k dispozici pomoc od našeho konzulátu. V Chartúmu stál jeden volný dům od obchodního oddělení, kam už umístili fotbalového trenéra z Ostravy, který trénoval súdánský národní tým. Dostal jsem tam jednu místnost, než mi přidělila univerzita starý dům v centru, nedaleko univerzity. A příští rok už byl dostavěn ten dům v Burri. Čili to začínalo různě, byl to úplně jiný svět. Obzvláště to, že se Súdán koncem padesátých let dostal do krize, bylo ve městě ihned vidět, spousta obchodů byla náhle uzavřených.

A jak se k vám chovali Súdanci, jak vás vnímali?

Úžasně, obzvlášť se studenty jsem měl velmi dobré vztahy. Byl jsem jenom o málo starší než oni, neboť mi tehdy bylo dvacet sedm let. Navštěvoval jsem jejich rodiny, a i díky tomu jsem opravdu poznal život v Súdanu. Projevilo se to tím, že se ta přátelství udržela, i přestože řadu let nebyla nijak podporována.

V Chartúmu jsem byl naposledy v roce 2000 u příležitosti velké konference v egyptské metropoli k novému tisíciletí. Dostal jsem pozvání na jednu plenární přednášku, a když jsem už byl v Káhiře, tak jsem se rozhodl se jet podívat, co je nového na univerzitě v Chartúmu. Přijali mne jako „Hollywood star“. Nikde jsem nemusel projít pasovým oddělením, přijelo pro mě auto k letadlu, dokonce jsem měl po celou dobu k dispozici auto s řidičem. Měl jsem na univerzitě několik přednášek. Celá ta péče byla hlavně zásluhou mých bývalých studentů, z nichž mnozí byli členy vlády a měli velký vliv.

Návrat to byl opravdu šťastný, protože jsem tam měl i po čtyřiceti letech hodně přátel. Dokonce i Súdánec Mohammed, který se na univerzitě staral o občerstvení, mě okamžitě poznal. Takže ten vzájemný vztah mezi mnou a univerzitou byl úžasný.

Také jsem se setkal se svými studenty z Chartúmu, když pracovali v Kuvajtu nebo Saudské Arábii; vždy se ke mně hlásili.

Jak jste snášel odloučení od Československa? Nestýskalo se vám?

Každý rok jsem se vracel zpátky domů. Přijížděl jsem v dubnu, v květnu a v červnu. Je pravda, že to bylo něco nového. Možná, že to dnes tak není, ale v době, kdy jsem byl v Praze, jsem byl zvyklý jezdit každý týden domů za rodiči. Trochu jim pomoct a vzít si s sebou do Prahy buchtu nebo něco takového.

Na nový styl života jsem si ale zvykl, když jsem viděl, jak je to přirozené například pro Angličany. Pro ně to nic nebylo, pro ně bylo cestování život. Odloučení jim nečinilo žádný problém.

Důležité je zmínit, že díky tomuto životu jsem mohl navštívit ohromnou řadu univerzit. Hlavně v Anglii, ale i v Holandsku, ve Švýcarsku nebo v Itálii. Navázat styky a naučit se hodně nového bylo důležité, protože Československo bylo dost uzavřené a bylo velmi těžké například získat pouhou literaturu nebo cizí knihy.

Po návratu domů jste ještě nějaký čas pracoval na Univerzitě Karlově a zúčastnil jste se několika konferencí (např. ve Varšavě). Jak se pak vaše okolí smiřovalo s tím, že po pár měsících odletíte do australské Canberry?

Tenkrát to byla doba „euforie“, neboť docházelo k uvolnění v politickém životě. Najednou bylo možné cestovat, pokud k tomu tedy byl dobrý důvod, kterým bylo třeba pozvání zaručené dostatečným financováním. Na základě přednášky, kterou jsem měl v Polsku, jsem od profesora Bernharda Neumanna jedno takové pozvání dostal. A to rovnou do Canberry.

Je pravda, že jsem to zvažoval, protože jsem se samozřejmě chtěl usadit; měl jsem dceru a prostě jsem chtěl žít normálně v Praze. Jenže situace se sice uvolňovala, ale nebylo jasné, jestli kdybych si za tři roky prosadil prodloužení toho pozvání, by vůbec k odletu mohlo dojít. Situace se potom opravdu změnila. Čili, po delší úvaze jsem se rozhodl, že je to ohromná příležitost. Problémem ale bylo, že tam chtěla letět řada jiných lidí. Nebýt toho, že tato pozvánka byla psána přímo pro mne, tak by tam zcela jistě univerzita poslala někoho jiného.

V Chartúmu to bylo z hlediska vědy těžké, byla tam velká izolace. Ale Austrálie: to bylo něco zcela jiného.

Potom přichází rok 1968. Vy jste byl v té době v Canbeře?

Rok 1968 je jedním z nejdůležitějších časových bodů v mém životě. Můj kontrakt v Canbeře měl vypršet po třech letech. Již po druhém roce jsem dostal pozvání na University of Illinois v Urbaně, což byla další velká příležitost – v mém oboru se tam děly velké věci a působily tam přední osobnosti tehdejší vědy. A tak jsem tu nabídku rád přijal. Povinnosti tam byly minimální: pouze dvě přednášky, jež byly dohodnuty s tehdejším šéfem univerzity, profesorem Batemanem. V Austrálii jsem podal rezignaci, načež jsem nedostal povolení z Československa a cesta do Ameriky mi tedy byla zakázána. Profesor Neumann byl velkorysý, zapomněl na mou rezignaci a já mohl zůstat na svém místě v Austrálii.

Kdybych byl býval jel na University of Illinois, můj kontrakt by tam skončil v červnu 1968 a v červenci bych se vrátil do Prahy, kde bych potom pobýval i během okupace. Ale můj kontrakt v Austrálii byl do října 1968, takže mě zpráva o okupaci zastihla tam. Teprve na cestě domů do Prahy jsem se rozhodl, že svůj návrat odložím, než se situace vyjasní. Stále jsem měl v Praze hodně přátel, kteří mi vše, co mi přišlo do Prahy, přeposílali. Lodí jsem putoval šest týdnů, abych měl dost času si vše rozmyslet. O kritických anonymních dopisech jsem se dozvěděl, až když jsem přijel do Lisabonu – tam jsem se rozhodl. Nebylo to vůbec lehké, můj otec byl po infarktu, rodiče se těšili na mou dceru, až ji poprvé uvidí. A za těchto podmínek přišel čas se rozhodnout. Bylo před Vánocemi a já byl v Londýně. Navíc bylo na Karlově univerzitě ohlášeno na 19. prosinec mé profesorské řízení: Tři kladné posudky profesorů Jakubíka, Novotného a Vilhelma jsem obdržel už během plavby na Bahamách.

Rozhodl jsem se, že do Prahy už nepojedu. Pomohlo tomu i to, že jsem měl hodně nabídek a jedna z nich se mi obzvlášť líbila. Byla to nabídka na Carleton University do Ottawy, kde jsem řadu lidí znal. Původně jsem ji zamítl, protože byla nastavena tak, že jsem měl přijet už z Baham, přes které jsem projížděl. V londýnském hotelu na mě pak čekaly letenky do Ottawy. S návštěvou Kanady nebyl žádný problém, mohl jsem letět hned, a tak jsem tam za dva dny odletěl. Podepsal jsem roční smlouvu, jelikož jsem si myslel, že se pak vrátím domů. Plat mi měli posílat do Londýna, protože nebylo jasné, jestli dostanu pracovní povolení. Takže jsem mohl zatím čekat v Londýně, byť jsem už zaměstnání měl. Vánoce 1968 jsme však s rodinou už oslavili v Kanadě.

Nakonec jsem v Ottawě na Carleton University zůstal. V roce 1970 jsem obdržel dopis od mého přítele, který byl tehdy univerzitním děkanem, příkaz k návratu do Československa a o pár dní později stejný příkaz, tentokrát od ministerstva. Já se ale nevrátil. Odsoudili mě a pak už nepřipadal návrat domů v úvahu.

Cítil jste se po tom všem ještě jako Čechoslovák?

Ale ano, samozřejmě. Naposledy jsem byl v Praze z Austrálie v roce

1966 a potom, myslím, že až v roce 1984. Protože byl můj otec smrtelně nemocný, mohl jsem domů jako cizinec přijet. Jako cizinec, protože jsem ztratil československé občanství, které mi, ačkoli jsem o něj nežádal, bylo ministerstvem v roce 1990 vráceno.

Nedlouho potom, co jste se dostal do Kanady, jste byl zvolen členem kanadské akademie věd. Co pro vás znamená toto ocenění?

To je samozřejmě to nejvyšší ocenění. Pro mě to tenkrát bylo velké překvapení. Dnes je ten proces takový, že každý, kdo má být jmenován, o tom předem ví, a sám dodává informace, své nejlepší výsledky, na podporu zvolení.

V mém případě to bylo tak, že jsem vůbec nic netušil. Stalo se to ve Frederictonu, což je hlavní město provincie New Brunswick. Byl jsem tehdy dost aktivní v Kanadské matematické společnosti, v té době jsem byl i předsedou vědecké rady a účastnil jsem se schůze Kanadské matematické společnosti. Paralelně s touto schůzí, též ve Frederictonu, probíhala schůze *Royal society of Canada*. A tam mi jednoho dne bylo oznámeno, že jsem byl zvolen akademikem. Dozvěděl jsem se to až přímo na místě, kde se slavnost konala.

Co se ještě hodně změnilo, je výuka matematiky a vůbec přístup k ní. Mohl byste nějak srovnat výuku matematiky, když vy jste studoval na obecné škole nebo na gymnáziu, a výuku současnou?

Já bych se vůbec neodvážil to srovnávat obecně, protože výuka závisí ve velké míře na lokálních podmínkách a především na učitelích. Já jsem měl to štěstí, že jsem měl na matematiku ohromné učitele, které mohu jenom chválit. Na druhou stranu vím, že někteří moji přátelé neměli to štěstí.

V roce 2008 jsem u příležitosti shromáždění učitelů v Srní napsal o této problematice krátký článek, jenž se jmenoval *„Učitelé se tváří, že vyučují, a studenti, že studují"*. Popisovalo to onu nešťastnou situaci, jež vládne na mnoha školách, kdy učitel nezná odpověď na jednoduché otázky, a tím pádem odrazuje žáky od svého předmětu. V matematice se to bohužel také stává. Právě z tohoto důvodu často slyšíte slova jako: „Matematika je strašidlo", a někteří lidé se dokonce chlubí tím, že v matematice nebyli dobří. Já se ihned nato zeptám: „A jak vám šla biologie?", ale tím už se nepochlubí, že z biologie třeba také propadali. Ale že propadali z matematiky, to je pro ně velká sláva. Tak to bohužel je.

Je nutné klást hlavní důraz na to, aby matematiku vyučovali jen plně kvalifikovaní kantoři. Nestačí pouze mít dané znalosti, nutná je také radost z toho, že je mají, a tím pádem přenesou tu radost na celou třídu. Nejhorší je, když je učitel otrávený z toho, že musí učit. Takového mají zrovna odvolat, protože pak je otrávená celá třída. Je nutné přenášet radost z daného předmětu a činit ho tak zajímavým.

Pokud je to možné, mohl byste přístupnou formou popsat, jakým oblastem matematiky jste se během života nejvíce věnoval?

Velmi si vážím, že otázku uvádíte slovy „pokud je to možné“. Být ve své odpovědi stručný, přesný a výstižný by bylo snadným řešením. Bohužel by ale nutná dávka speciálních termínů zcela znemožnila pro širší veřejnost porozumění. Jeden z vedoucích matematiků-didaktiků Paul Halmos vyjádřil potíže s komunikací stručnou poznámkou: „Je mi líto, že i vzdělaní lidé nevědí, že můj předmět existuje.“ Proto bude snad nejlépe, když sdělím stručně, že jsem pracoval především v algebře, abstraktní algebře s důrazem na otázky teorie reprezentace. Tam jsem též dosáhl největších úspěchů, které mi umožnily přátelská setkání a plodné diskuze s vrcholnými světovými matematiky, jako byl Izrael Gelfand, Alexander Grothendieck, Jean Dieudonné, Kiiti Morita, Saunders MacLane, Garrett Birkhoff a desítky dalších.

Co byste poradil studentům střední školy, které baví matematika a rádi by šli ve vašich stopách a stali se výbornými matematiky?

Každý student si musí najít svou vlastní individuální cestu. Několik zásadních rysů však zdůraznit můžeme. Jediný způsob, jak se učit matematiku, je dělat matematiku. A matematiku je možno dělat nejen vlastním studiem, ale mnoha jinými, často prospěšnějšími a efektivnějšími způsoby, jako je vysvětlování náročných partií navzájem, tj. jeden druhému, či obecné diskuze o studijních materiálech, učebnicích, přednáškách, článcích. Jádro matematiky tvoří konkrétní příklady a konkrétní problémy. Za mého mládí byly Rozhledy matematicko-fyzikální (tedy tehdejší Rozhledy matematicko-přírodovědecké) součástí učebního procesu. Netrpělivě jsme očekávali vydání každého čísla. Studenti by na této tradici měli trvat. Učitelé mezi sebou diskutovali, jak nejlépe využít články určené na podporu výuky matematiky, které potom se studenty podrobně probírali přímo ve třídě či v zájmových kroužcích. Takový proces vede k důkladnému porozumění matematickým základům tak, jak je vynikajícím způsobem popsáno profesorkou Liping Ma v knize [2], kterou nedávno přeložil do češtiny Jiří Rákosník. Tuto knihu by měla mít ve své knihovně každá základní a střední škola. Do velké míry by pomohla zabránit povrchnímu biflování vzorečků, které je bohužel stále samozvanými didaktiky obhajováno. Přispěla by navíc k porozumění souvislostem mezi jednotlivými oblastmi matematiky, mezi algebrou, geometrií, kombinatorikou atd. Nikdy nezapomínejte, že nejdůležitějším článkem výuky matematiky je sám učitel! Važte si dobrých učitelů! V současné době je organizována celá řada akcí, které podporují výuku a znalost matematiky, včetně olympiád, korespondenčních seminářů a tematických táborů. Využívejte jich, zúčastňujte se jich. Budete překvapeni, jakou radost vám hlubší porozumění novým poznatkům přinese.

Prozradíte nám, na čem pracujete a čemu se v současné době věnujete?

Budu velmi stručný z řady důvodů, z nichž neposlední je skutečnost, že moje pracovní tempo se neúprosně zpomaluje. Ještě donedávna jsem byl činný v řadě matematických časopisů. Nyní jsem zůstal věren pouze práci v redakci Czechoslovak Mathematical Journal. Současná světová „zdravotnická“ situace stěžuje spolupráci s mými zahraničními kolegy. Hodně úsilí tedy věnuji dokončení projektů, které jsem v minulosti načrtnul a léta odkládal. „Úklid“ pracovny rovněž zabírá nemalý zlomek mé činnosti. V současné době se však převážně věnuji spolupráci s učiteli českých základních a středních škol. Rád bych přispěl ke zlepšení výuky matematiky a čelil jejímu dalšímu zhoršování. Snažím se pomáhat učitelům matematiky v jejich obtížné práci. Věřím, že příprava vhodných, pro studenty užitečných a atraktivních témat, která zdůrazňují často opomíjené, ale velmi důležité pojmy, jako jsou zobrazení, symetrie, podobnost apod., je jednou z dostupných cest, jak učitele podpořit. Pracuji též na manuálech popisujících nový přístup k některým důležitým tématům a nové postupy v jejich efektivní výuce. I to by mělo přispět ke zvýšení kvality výuky.

Pane profesore, je něco, co byste chtěl vzkázat čtenářům RMF, tedy zejména středoškolským studentům?

Rád bych všem čtenářům popřál hodně úspěchů a potěšení ve výuce či studiu matematiky či fyziky, hodně prospěchu z úsilí, které redakce Rozhledů vkládá do spolupráce se svými čtenáři. Využití vzájemné spolupráce zřetelně přispěje ke společnému cíli, ke zlepšení a zabránění postupující degradaci výuky matematiky. Rozhledům děkuji za vynikající práci v podpoře učitelů matematiky základních a středních škol. Přeji jim, aby pokračovaly v úspěšném rozvoji a znovu zaujaly v každé škole stejně vlivné místo, jako tomu bylo v minulosti.

Rozhledy se obracejí též ke studentům. Milí studenti, hojně tento zdroj ve spolupráci se svými učiteli využívejte!

Děkujeme za rozhovor a za redakci Rozhledů přejeme pevné zdraví a mnoho elánu do další matematické i didaktické práce!

Literatura

[1] Bečvář, J.: Rozhovor s prof. Vlastimilem Dlabem. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 62 (2017), č. 2, s. 129–144.

[2] Ma, Liping: *Znát a učit elementární matematiku: Jak učitelé v Číně a ve Spojených státech rozumí základní matematice*. Překlad J. Rákosník, Galileo, sv. 77, Academia, Praha, 2021.

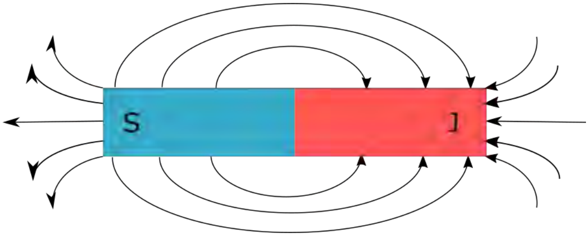
[3] Procházka, L.: Šedesátiny profesora Vlastimila Dlaba. *Matematica Bohemica*, 117 (1992), č. 4, s. 429–435.

[4] Seznam publikací prof. Dlaba. Dostupné na: `https://people.math.carleton.ca/~vdlab/`, `https://www.delta42.com/VlastimilDlab/2020.Dlab.c.v.pdf` (poslední verze), `http://www.gytu.cz/postnuke/upload/CmodsDownload/files//Almanachy_z_vyroci/Almanach_2018.pdf`

Ve víru vírů

Jitka Kostková, ÚTIA AV ČR, Praha

Vektorová pole. Už jste o nich někdy slyšeli? Jedná se o pojem, který jste možná potkali na hodině fyziky, ale neumíte si pod ním nic představit. Taková vektorová pole jsou ale nedílnou součástí našeho každodenního života. Schválně se zamyslete. Kdo máte v rodině auto? Letěli jste už někdy letadlem? Nemá náhodou babička nebo děda problémy se srdcem? A proč se na to vlastně ptám? Společným jmenovatelem všech zmíněných dotazů jsou vektorová pole.

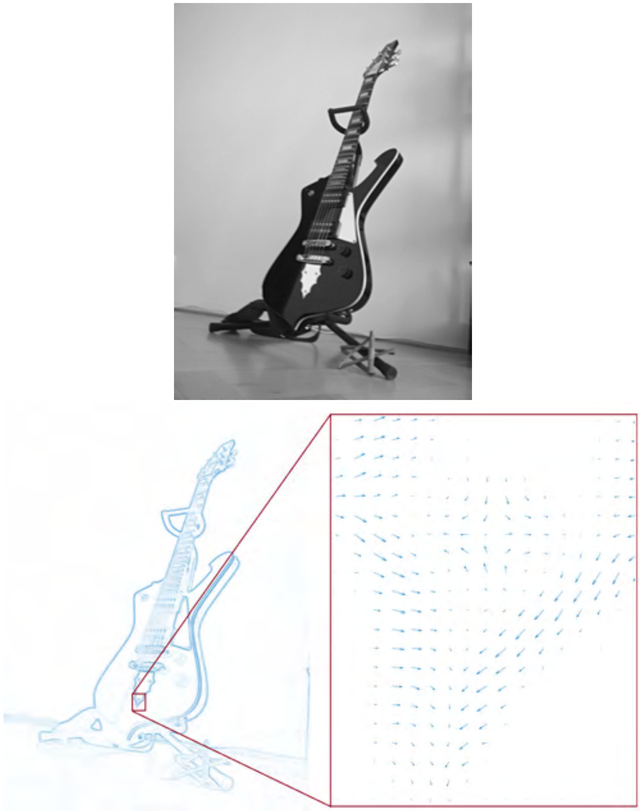


A co že to vlastně je to *vektorové pole*? Speciální typ dat, kde každému bodu v prostoru přiřazujeme více než jednu hodnotu. Vektor je veličina, která má velikost a směr. Můžete si ji představit jako šipku. Vektorové pole je jednoduše obrázek, který ukazuje vektory v různých částech prostoru. V posledních letech přitahují pozornost spousty vědců, protože pomocí nich umíme popsat mnoho fyzikálních jevů – proudění vzduchu nebo kapalin, magnetická či gravitační pole nebo třeba jak „výrazné“ jsou hrany na fotografii.

Vektorová pole zlevňují výzkum a vývoj vozidel a auta díky nim mohou být rychlejší nebo mít menší spotřebu. Pomáhají předpovídat počasí, zajistit bezpečnější letadla či urychlit vývoj medicínských implantátů.

Využití vektorových polí má ale drobný háček, se kterým musíme počítat. Ze simulací i z reálných měření dostaneme vždy ohromné množství dat, která potřebujeme prozkoumat. Jak? Tady přichází ke slovu matematika.

Jednou z nejdůležitějších úloh analýzy vektorových polí je detekce vzorů (*pattern recognition*). Ať už hledáme nebezpečné turbulence ohrožující bezpečnost letadla, víry zpomalující automobil nebo jiné zajímavé



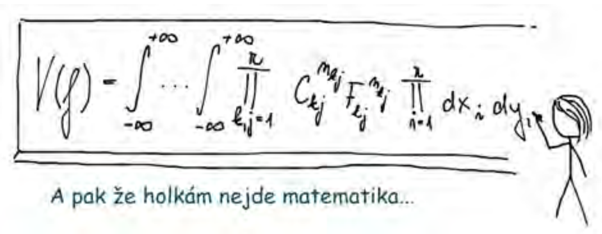
Obr. 1: Obrázek kytary (nahoře), vektorové pole popisující hrany v obrázku a detail zrcátka (dole).

vzory, využíváme tzv. *template matching* (česky bychom asi řekli přiřazování předloh). Kdy máme jednu či více (databázi) předloh, řekněme oblíbených vírů, a pomocí matematického algoritmu je hledáme v zadaném poli. Co když ale zrovna fouká vítr nějak divně a náš vír není dokonale kulatý, nýbrž trochu do elipsy? Pořád je to vír, protože se točí dokola, a proto bychom ho chtěli najít také. Odpověď na tuto otázku nám může poskytnout matematický nástroj zvaný *invarianty*[1].[2]

[1] invariantní = neměnný

[2] Počátky invariantů můžeme najít u slavného matematika Davida Hilberta v 19. století.

Když zapomenete vzít v úvahu proudění větru



Obr. 2: A jak takové invarianty vlastně vypadají? To je povídání na jindy.

Mojí prací je navrhovat funkce, které berou na vstupu vektorové pole, ale jejich výstup se nemění při geometrickém zkreslení pole. To znamená, že pokud máme tři víry – jeden malý kulatý, druhý velký kulatý a třetí středně velký ve tvaru elipsy – moje funkce vrátí vždy stejnou hodnotu. Aby to ale nebylo tak jednoduché, pokud dostaneme vzor zcela jiný, musí naše funkce vrátit hodnotu jinou, abychom ho byli schopni od víru odlišit.

Stojí ta námaha vlastně za to? Žijeme v době *deep learningu* (hluboké učení) a neuronových sítí. Nebylo by mnohem jednodušší natrénovat neuronku a netrávit roky s tužkou a papírem? Jaká jsou tedy pro a proti? Zmiňme ty nejdůležitější.

- Neuronové sítě závisí na datech. Pokud je natrénujete na detekci krav, nebudou hledat kočky. Invariantům je jedno, co hledají, potřebují jen dostat vzor.
- Invarianty na rozdíl od neuronových sítí nepotřebují trénink.
- Trénování neuronových sítí potřebuje obrovské množství roztříděných dat, která se velmi těžko shání.
- Neuronové sítě jsou tzv. *black box* metoda. Nikdy nevíte, co přesně se naučily.

A to ani nezmiňuji, kolik takové trénování neuronové sítě spotřebuje elektřiny... Jistě, neuronové sítě mají také spoustu kladů a rozhodně mají své místo, ale na některé úlohy se prostě nehodí.

Abychom si to shrnuli. Až příště uvidíte na fyzice obrázek se šipkami, vězte, že se jedná o věc užitečnou. Vektorová pole najdete ve spoustě technických aplikací. A pokud je potkáte jednou v praxi, nezoufejte. Banda matematiků, jako jsem já, intenzivně pracuje na tom, abyste měli k ruce nástroje, které se s nimi vypořádají za vás automaticky.

O autorce: Jitka Kostková vystudovala obor Aplikované matematicko-stochastické metody na *FJFI ČVUT* v Praze, kde také 7 let s láskou vedla cvičení z matematické analýzy. Od roku 2015 pracuje v *Ústavu teorie informace a automatizace* Akademie věd ČR oddělení Zpracování obrazové informace. V roce 2020 získala za svou práci o vektorových polích cenu *Josepha Fouriera za počítačové vědy.* V roce 2021 její dizertace vyhrála cenu *České společnosti pro kybernetiku a informatiku* za nejlepší dizertační práci. V současnosti pracuje také jako softwarová inženýrka v americké firmě *Pure Storage.*

Literatura

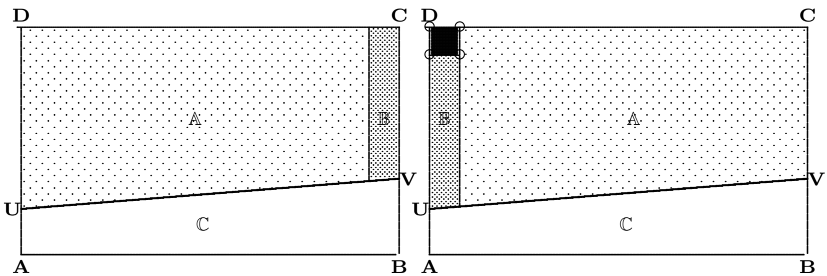
[1] Kostková, J., Suk, T., Flusser, J.: Affine invariants of vector fields. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 43 (2021), č. 4, s. 1140–1155.

Obdélníková kouzla

Matematické oříšky

Naše nová rubrika si klade za cíl srozumitelně vysvětlovat matematické oříšky, hlavolamy, hádanky, rébusy či paradoxy, které vám vrtají hlavou. Budou se o ni starat Vlastimil Dlab a Ľubomíra Dvořáková. Tak jako si Popelka přála, aby jí čeledín Vincek přivezl z města to, co mu cvrnkne cestou do nosu (a byly to ony veledůležité tři oříšky), my si přejeme dostávat od čtenářů matematické oříšky, které budeme moci rozlousknout, rozumějte vysvětlit. Na oplátku i my vždy na konci článku uvedeme otázku, nad kterou můžete dumat do příště a případně nám poslat své vysvětlení. Pokud bude v pořádku, s radostí je otiskneme.

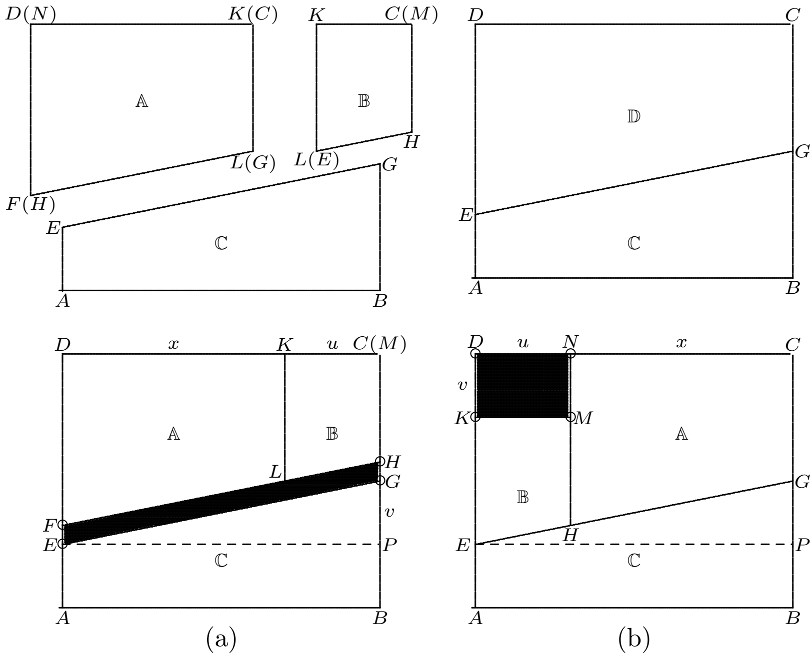
Patrně jste se už na internetu nebo v některé z populárních knížek setkali s geometrickými obrazci, které se vymykaly logickému uvažování. Paní učitelka Jana Mazáčová z Litoměřic nás upozornila na obrázky, které jsou zde překresleny z knížky [1]. Obrázky upoutaly pozornost jejích žáků a žaček.



Obr. 1: Ilustrace prvního paradoxu

Jakmile se na takové a podobné „paradoxy“ podíváme blíže, zpozorujeme, že jsou založeny na zcela jednoduchém faktu. Náš zrak má určité potíže rozlišovat geometrické objekty, v tomto případě úsečky, které jsou ve velmi těsné blízkosti. Prostě: Dvě rovnoběžné úsečky jsou tak blízko k sobě, že je naše oko vnímá jako jednu úsečku.

Věnujme pozornost prvnímu „kouzlu“ a pomocí obr. 2 odhalme jeho záhadu. Na tomto obrázku se jedná o dvojí uložení lichoběžníků $\mathbb{A} = FLKD$ a $\mathbb{B} = LHCK$ do lichoběžníku $\mathbb{D} = EGCD$. Součet obsahů lichoběžníků $\mathbb{A}$ a $\mathbb{B}$ je menší než obsah lichoběžníku $\mathbb{D}$. Lichoběžníky $\mathbb{A}$ a $\mathbb{B}$ nemohou tedy pokrýt celý lichoběžník $\mathbb{D}$. Při uložení, které je na obrázku označeno (a), zůstává nepokryt rovnoběžník $EGHF$, zatímco při uložení označeném (b) zůstává nepokryt obdélník $KMND$. „Kouzlo“ nastává, pokud se nám podaří zvolit rozměry lichoběžníků $\mathbb{A}, \mathbb{B}$ a $\mathbb{D}$ tak, že rovnoběžník $EGHF$ budeme vnímat jako úsečku, tj. $|EG|$ bude velké a výška rovnoběžníku velmi malá. Taková situace je znázorněna na obr. 1.



Obr. 2: Princip prvního paradoxu

Vidíme, že role lichoběžníku $\mathbb{C}$ je nepodstatná. V krajním případě může degenerovat na trojúhelník EPG. Může být také zvolen tak, aby obdélník $ABCD$ byl čtvercem (tak, jak je tomu v [1]).

Přistupme nyní k numerickému popisu situace v obdélníku $ABCD$ na obr. 2(a). Označme h výšku rovnoběžníku $EGHF$ (jinými slovy jde o šířku černého pásu). Dále označme $|DK| = x, |KC| = u, |PG| = v$.

Tudíž podle Pythagorovy věty je $|EG| = \sqrt{(x+u)^2 + v^2}$. Snadno nahlédneme, že strany obdélníku $KMND$ z obr. 2(b) splňují $|KM| = u$, $|KD| = v$. Proto obsah obdélníku $KMND$ je $u \cdot v$ a obsah rovnoběžníku $EGHF$ je $h \cdot \sqrt{(x+u)^2 + v^2}$. Z rovnosti obsahů dostáváme vztah výšky h k parametrům u, v, x:

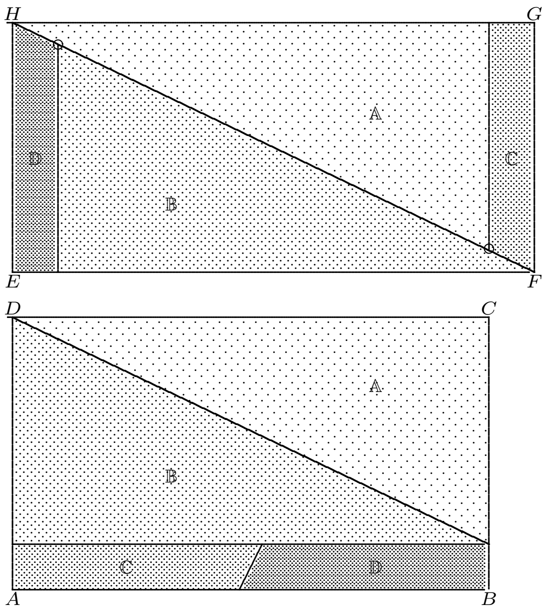
$$h = \frac{u \cdot v}{\sqrt{(x+u)^2 + v^2}}.$$

„Kouzlo“ závisí pouze na hodnotách u, v, x! Nezávisí vůbec na $|DF|$ a $|AE|$. Na obr. 1 je $u = v$ a $x = 11{,}5 \cdot u$, a tedy šířka černého pásu je

$$h = \frac{u}{\sqrt{157{,}25}} \doteq \frac{u}{12{,}54}.$$

Není tedy divu, že se jeví jako úsečka.

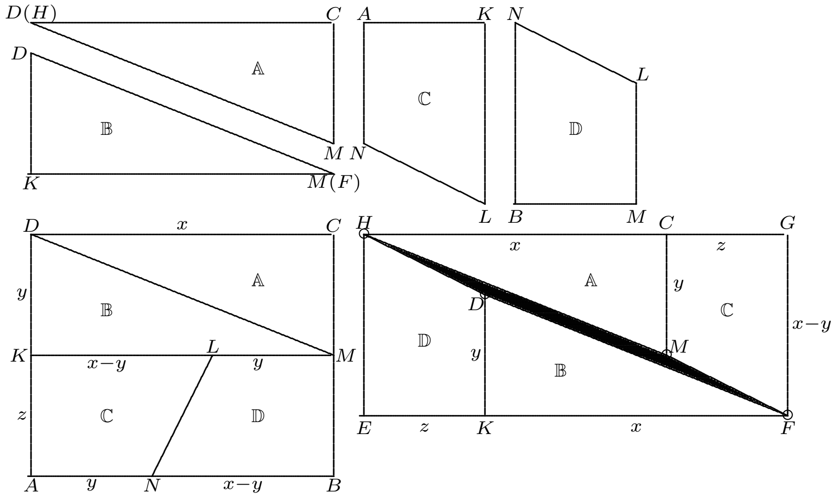
Obsah prvního obdélníku je $23 \times 11 = 253$



Obsah druhého obdélníku je $21 \times 12 = 252$

Obr. 3: Ilustrace druhého paradoxu

Nyní obraťme pozornost ke druhému „kouzlu“ z knížky [1]. Je znázorněno na obr. 3. Úkolem je zdánlivě pokrýt dvěma shodnými trojúhelníky a dvěma shodnými lichoběžníky dva obdélníky, $ABCD$ a $EFGH$, které mají různý obsah. Cílem je zvolit a popsat situaci, kdy náš zrak nerozliší dvě paralelní úsečky a vnímá rovnoběžník $DFMH$ jako úsečku FH. Na tuto situaci poukazuje obr. 4. Poznamenejme, že ilustrace paradoxu na obr. 3 využívá jednoduchosti prezentace. Rozměry obdélníků jsou celočíselné a rozdíl obsahů obdélníků je 1.



Obr. 4: Princip druhého paradoxu

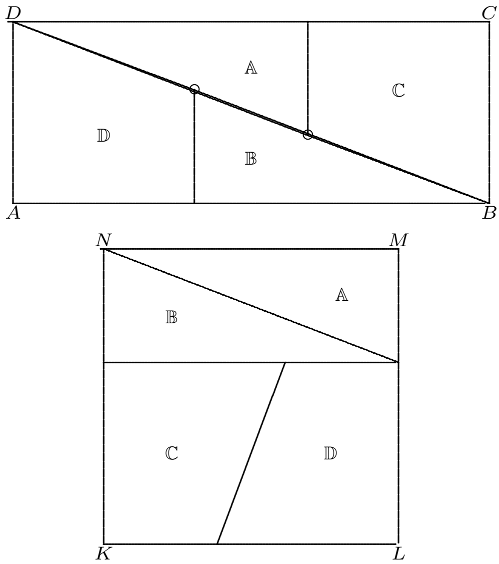
Vraťme se k obr. 4 a popišme geometrickou situaci numericky. Rozměry geometrických obrazců jsou zvoleny takto: Strany trojúhelníků $\mathbb{A}$ a $\mathbb{B}$ označme $|DC| = |HC| = |KM| = |KF| = x$ a $|CM| = |DK| = y$, přičemž $2y < x$. Jedna ze stran lichoběžníků $\mathbb{C}$ a $\mathbb{D}$ splňuje $|AN| = |LM| = y$ a protější strana $|KL| = |NB| = |HE| = |GF| = x - y$. Pro stranu $|KA| = |MB| = |CG| = |EK|$ zvolme označení z.

Požadavek, aby tmavě označený rovnoběžník $DFMH$ degeneroval na úsečku FH (tj. aby body D, F, M a H ležely v přímce), znamená rovnost obsahu obdélníků $ABCD$ a $EFGH$: $x(y+z) = (x+z)(x-y)$. Označme z^* řešení takové rovnice, tj. $z^* = \frac{x(x-2y)}{y}$. Pro $z < z^*$ bude mít rovnoběžník $DFMH$ nenulový obsah: $S(DFMH) = S(EFGH) - S(ABCD) = (x+z)(x-y) - x(y+z) = x(x-2y) - zy$. Délka strany rovnoběžníku podle Pythagorovy věty splňuje $|MH| = |DF| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Výška h rovnoběžníku $DFMH$ je rovna podílu jeho obsahu a délky strany:

$$h = \frac{x(x - 2y) - zy}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Výška musí být malá, aby se rovnoběžník podobal úsečce. Na obr. 3 jsme zvolili poměry $x : y : z = 21 : 10 : 2$. Např. pro volbu $x = 21$, $y = 10$, $z = 2$ je $S(DFMH) = 1$ a výška rovnoběžníku $DFMH$ je $h = \frac{1}{\sqrt{21^2+10^2}} \doteq 0{,}043$, a je tedy nesnadno pozorovatelná.

Obsah prvního obdélníku je $21 \times 8 = 168$

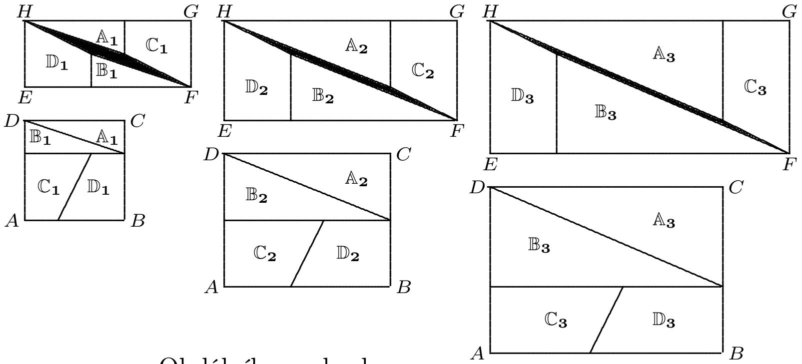


Obsah čtverce je $13 \times 13 = 169$

Obr. 5: Ilustrace paradoxu překrytí

Pro zvídavé čtenáře doporučujeme nahlédnout podobným způsobem, jakým jsme popsali případ $0 < z < z^*$, na případy $z^* < z < x$, $z = x$ a $z > x$. V těchto případech se jedná o překrývání daných trojúhelníků a lichoběžníků. Příkladem může posloužit následující obr 5. Zde je $x : y : z = 13 : 5 : 8$ a např. pro volbu $x = 13$, $y = 5$, $z = 8$ je výška překrývajícího rovnoběžníku, jehož obsah je 1, rovna $h = \frac{1}{\sqrt{13^2+5^2}} \doteq 0{,}072$. Tedy okem opět nepozorovatelná.

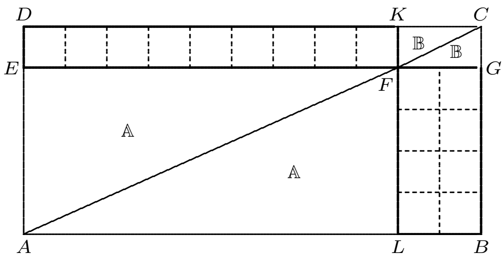
Obr. 6 popisuje posloupnost dvojic obdélníků, jejichž obsahy se liší o jednotku a které vedou pro velký index k k „paradoxům“. Zde je $x = 2k+1$, $y = k$ a $z = 2$. Výška vyznačeného rovnoběžníku je tedy $\frac{1}{\sqrt{(2k+1)^2+k^2}}$.



Obdélníky o obsahu
$(2k+3) \times (k+1)$ a $(2k+1) \times (k+2)$
$k = 1, 2, 3, \ldots$

Obr. 6: Posloupnost konstrukcí

Článek zakončíme otázkou: *Umíte vysvětlit paradox na obr. 7?*



Obr. 7: Paradox k vysvětlení

Nápovědou může posloužit odkaz na [2]. Odpověď prosím posílejte na e-mailovou adresu redakce `rozhledy@jcmf.cz`.

Literatura

[1] Weltmanová, A.: *Tohle už vůbec není matika.* Computer Press, Brno, 2017.

[2] `https://www.geogebra.org/m/d3njpbcq`

Turnaj mladých fyziků z pohledu porotce

Martin Blaschke, Fyzikální ústav v Opavě

V České republice každoročně probíhá mnoho fyzikálních středoškolských soutěží, z nichž některé pokračují i v mezinárodních kolech. Jedinečné místo mezi našimi soutěžemi s mezinárodním přesahem zaujímá Turnaj mladých fyziků (TMF), který je zaměřený na komplexní a dlouhodobou badatelskou činnost účastníků. Neotřelým způsobem totiž propojuje budování fyzikální teorie s experimentálním měřením doma i v laboratořích, soutěživost s týmovou spoluprací, a dokonce do jisté míry simuluje vědecký publikační proces!

Pokud čtenáři přijde, že to zní až příliš dobře na to, aby to byla pravda, pak se tentokrát hluboce mýlí. V přípravné fázi soutěže má tým složený ze středoškolských studentů přibližně 9 měsíců času na to, aby vyřešil 17 otevřených úloh s využitím všech možných dostupných prostředků. Ve vlastní soutěži pak týmy tvořené 3–5 studenty o svých řešeních diskutují před odbornou porotou složenou z profesionálních fyziků, inženýrů a jiných vědců. Žáci však jen nereprezentují své výsledky, ale v rámci simulace vědecké publikační činnosti také práci druhých týmů v reálném čase oponují, a dokonce i hodnotí práci samotných oponentů, tedy snaží se objektivním způsobem rozhodnout, zdali má práci prezentujícího týmu smysl „publikovat“. Týmy se v těchto rolích během soutěže střídají; již zmíněná odborná porota celý tento proces bedlivě sleduje a nakonec ohodnotí každý tým známkou 1–10.

Soutěž probíhá v jazyce vědy, což před dvěma sty lety byla latina, poté se jím stala francouzština, momentálně je jím angličtina. Pouze v regionálních kolech mohou některé části probíhat v českém jazyce, aby se usnadnilo zapojení většího počtu týmů.

Za dlouhou dobu, po kterou v této soutěži pracuji jako porotce, mohu konstatovat, že jazykové a prezentační schopnosti středoškolských studentů se neuvěřitelně posunuly dopředu. To možná není až tak překvapivé, neboť soutěž vybízí studenty prezentovat své myšlenky na veřejnosti, a to v cizím jazyce, což jejich dovednosti v těchto ohledech jistě stimuluje k překotnému vývoji. Ještě překvapivější a stejně pozitivní zpráva se dá podat i o schopnosti studentů přicházet s vlastním originálním řešením zadaných fyzikálních problémů.

Obr. 1: K tomu prosím o změnu popisku: Reprezentanti České republiky získali na 35. ročníku Mezinárodního turnaje mladých fyziků v Temešváru r. 2022 stříbrnou medaili

Co se týče samotných úloh, které studenti mají za úkol řešit, zde je potřeba, aby si laskavý čtenář nepředstavoval nějaké typické školní úlohy, které mají tu „správnou" odpověď. Problémy, které se na turnaji řeší, jsou sice ve své podstatě jednoduché, ale jsou také zcela otevřené, neboli jsou to problémy natolik provázané s realitou, že na ně neexistuje ustálená jednoduchá učebnicová odpověď. Například takovou typickou školskou úlohou je třeba:

> Zedník A postaví zeď za 12 hodin, zedník B za 8 hodin. Za jak dlouho postaví jednu zeď tito dva pánové, pokud ji budou stavět spolu?

Formulace takové úlohy je silně zatížená psychologickými postupy na základních a středních školách. Student řešící tento problém si velmi rychle uvědomí, že má použít trojčlenku, která ale má s realitou stavění zdí pramálo společného. Student tak výpočet provede, dojde k hodnotě 4,8 hodin a zkoušející díky tomu ví, že žák je nejen schopen trojčlenku řešit, ale je i dostatečně „socializován" na to, aby pochopil, co se po něm chce – nepřemýšlet a počítat. Pokud bychom si tuto úlohu přepsali do přesnějšího fyzikálního jazyka, zněla by totiž spíše takto:

> Ideální zedník A postaví zeď za 12 hodin. Druhý ideální zedník B postaví tu samou zeď za 8 hodin. Pokud budeme

> ignorovat interakce mezi zedníky A a B a pokud zanedbáme trvání technologických přestávek (a všechny další složité jevy...), za jak dlouho postaví tu zeď společně?

Pokud totiž problém takto přesně nedefinujeme, je správná odpověď na školní verzi úlohy jednoduchá: Společně zedníci postaví zeď v neznámém čase v teoretickém rozmezí nula až nekonečno hodin, tento čas je potřeba změřit v reálném experimentu. Ptáte se jak to? Například díky vzájemné spolupráci mohou stavět rychleji (budou si podávat cihly, místo toho, co by je nosili). Nebo naopak, stavební proces bude vyžadovat mnohahodinové tvrdnutí malty, takže hlemýždí práce zedníka A bude téměř zbytečná. V krajním případě se třeba zedníci mohou pohádat o rozdělení odměny a nechat zeď nedokončenou.

Zajímavější otázka však je, jak by tato úloha byla formulována v rámci TMF? Asi takto:

> Zedník A staví zeď jinou rychlostí než zedník B. Prozkoumejte relevantní parametry vzájemné spolupráce zedníků A a B a vliv těchto parametrů na rychlost dokončení stavby. Nalezněte řešení optimalizující trvání a cenu stavby.

Odhad pomocí nejjednodušších modelů je při řešení v TMF samozřejmostí. Nicméně těžiště řešení je pak právě ve snaze co možná nejlépe vystihnout skutečnou podstatu věci. V tomto případě by se tak řešitelé museli seznámit s technologií stavebních postupů i s organizací stavebních prací. Bylo by potřeba rozebrat, kde je nejužší hrdlo stavebního procesu a nakolik si mohou zedníci skutečně pomáhat, nebo alespoň nepřekážet. Nemluvě o tom, že dosažení nejnižší ceny může nastat pro jiné parametry než dosažení nejkratšího času stavby.

Úlohy do TMF každoročně sestavuje mezinárodní komise složená z vědců. Samozřejmě přicházejí s mnohem nápaditějšími a fyzice bližšími problémy, než jsem uvedl jako ilustraci já. Je to právě pečlivá volba těchto problémů, ale i samotná struktura soutěže, která přináší studentům možnost se poprvé seznámit s reálnými fyzikálními problémy. Řešením mnohých z nich se často zabývají i profesionální vědci, kteří pak své výsledky publikují i v prestižních mezinárodních recenzovaných časopisech, jako je např. Physical Review Letters. Proto jsou naši úspěšní řešitelé této soutěže tolik žádáni na prestižních světových univerzitách. Na úspěchy TMF reaguje i Fyzikální ústav Slezské univerzity v Opavě: jeho ředitel prof. RNDr. Zdeněk Stuchlík, CSc. přislíbil, že úspěšným řešitelům TMF budou odpuštěny přijímací zkoušky, a od příštího ročníku jim navíc bude i vyplácet prospěchové stipendium. Student tak dosáhne na toto stipendium již od prvního ročníku, zatímco jeho kolegové, kteří mají vynikající studijní výsledky („samá áčka“), až od ročníku druhého.

Obr. 2: Záznam z průběhu ústředního kola 35. ročníku TMF na FJFI ČVUT v Praze. Foto ČVUT, `https://media.cvut.cz/cs/foto/20220407-ustredni-kolo-turnaje-mladych-fyziku`

Vraťme se však k turnaji samotnému. Pro mě jakožto porotce turnaj přináší mnoho zajímavých zážitků, zábavy i poučení. Vzpomínám si na jednu úlohu, kdy měli studenti zkonstruovat vlhkoměr pomocí jednoho jediného lidského vlasu. Studenti se po teoretické stránce úkolu zhostili natolik dobře, že jeden z mých velmi vážených kolegů porotců se na mě o přestávce obrátil se slovy: „Ten jejich fit byl až příliš přesný, určitě museli podvádět“. Ukázalo se však, že studenti samozřejmě nepodváděli. Pouze použili docela běžný fyzikální trik a modelovali chování lidského vlasu za pomoci polytropy. Tento trik se v praxi velmi často využívá v situacích, kdy vědec vlastně netuší, co se v systému přesně děje. Proto zvolí polytropické chování a pokusí se najít vhodný tzv. polytropický index, který nejlépe reprezentuje naměřené chování. Hodnota polytropického indexu pak zpětně badateli řekne, o jaký proces se vlastně jednalo, zdali šlo o proces adiabatický, izotermický, či něco mezi tím apod. Dodnes mi zůstává záhadou, jak na tento trik přišli středoškolští studenti. Pokud si dobře vzpomínám, studentům vyšel fit s indexem kolem hodnoty 7. To by fyzikálně představovalo chování systému, který nepříliš ochotně mění svůj objem. Myslím si, že jako první aproximace k popisu chování lidského vlasu při změně vlhkosti vzduchu to není špatné. Ale upřímně, napadlo by Vás to? Mě tedy ne, neboť polytropy se většinou užívají v plynech. Napasovat polytropu na popis vlasu vyžaduje kromě všeobecného rozhledu i jistou úroveň ztřeštěnosti a geniality zároveň.

Poslední dva ročníky TMF byly významně ovlivněny epidemií covidu a protiepidemickými opatřeními. Ztížená komunikace mezi členy týmu, komplikovanější přístup k experimentálnímu vybavení, i dodatečné nároky na práci vedoucích týmů i studentů si vybraly svoji daň v podobě nižší účasti v soutěži. Možnost doslova si sáhnout na studovaný jev a diskutovat o něm s tužkou a kusem papíru po ruce jsou přitom základem jakékoliv vědecké činnosti, který lze „online přístupem“ nahradit jen velmi omezeně. V následujících ročnících proto plánujeme řadu akcí a spoluprací, které by měly covidové výpadky překlenout a tuto nesmírně přínosnou soutěž zpřístupnit širšímu okruhu účastníků:

- K úlohám budou ustanoveni konzultanti, kteří účastníkům pomohou s obstaráváním experimentálního vybavení a literatury. Na ně se také účastníci budou moci obrátit v případě, že se v řešení úlohy tak říkajíc zaseknou: diskusí provedené práce se jistě podaří najít cestu, jak v řešení pokračovat.
- Ve spolupráci s kurzy „Výlet do reálné vědecké práce ve fyzice“ (VYDRA, `https://tmf.fzu.cz/vydra.php`) se mohou řešitelé seznámit se základními postupy řešení badatelských úloh, i s úvodem do prezentace a diskuse výsledků. Obdobně jako v minulém ročníku předpokládáme, že na kurzech budou využity a na základní úrovni vyřešeny 3 z úloh TMF. Kurzy se budou konat v Praze na přelomu září a října; jsou určeny jak skalním řešitelům, tak nováčkům, kteří si mohou v rychlosti vyzkoušet, zda je badatelská práce ve fyzice bude bavit.

- Na kurzy VYDRy bude časově navazovat Úvodní soustředění TMF. Na něm konzultanti se všemi zájemci proberou základní informace k řešení jednotlivých úloh.
- Zpětná vazba hodnotitelů: bude zorganizována diskuse hodnotitelů povinných úloh s hodnoceným družstvem. Kromě detailního zdůvodnění hodnocení tak účastníci soutěže získají cenné podněty pro další řešení těchto úloh, i obecnější rady pro další badatelskou činnost.
- S odstupem po ukončení celostátního kola bude (obdobně jako v letošním roce, `https://tmf.fzu.cz/vydra.php?y=7`) zorganizována nesoutěžní akce, na které bude moci kdokoliv (bez ohledu na účast nebo umístění v TMF) prezentovat výsledky své badatelské činnosti – ať už se jedná o řešení úlohy TMF, práci SOČ či třeba stáž Otevřené vědy. V neformální přátelské atmosféře tak budou mít účastníci možnost do hloubky diskutovat o svých výsledcích i přístupech. Akce bude otevřená i novým zájemcům: tito zde naleznou podněty k vlastní badatelské práci a především se seznámí se zkušenostmi svých starších kolegů.
- Zdůrazňujeme, že se soutěže mohou účastnit už tříčlenná družstva. Pokud se na škole najde pouze menší počet zájemců, neváhejte oslovit organizační výbor. Pokusíme se vás zkontaktovat s dalšími „osamocenými“ řešiteli – třeba se vám podaří navázat užitečnou spolupráci s dalšími školami! Dobrou platformou k navázání spolupráce mohou být i kurzy VYDRy a Úvodní soustředění TMF. Nezdaří-li se sestavit tým, nevadí, rádi uvidíme prezentaci řešení na výše uvedené letní akci!

Těšíme se na Vás! V případě jakýchkoliv dotazů k soutěži se neváhejte obrátit na členy výboru (`https://tmf.fzu.cz/contact.php`). Vzhledem ke komornímu charakteru soutěže je dobrá komunikace mezi organizátory, vedoucími týmů i účastníky základem pro další rozvoj soutěže.

Text vznikl s přispěním Hynka Němce, Dagmar Panošové a Stanislava Panoše.

Laser speckle – neotřelý experiment ve výuce fyziky

Václav Šebelík, PřF JU, České Budějovice a TUM, Mnichov

Úvod

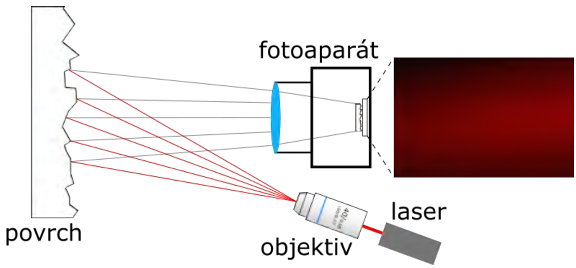
První laser se rozzářil již před více než šedesáti lety, přesněji 16. května 1960 v laboratoři Theodora H. Mainmana [1]. Jeho rubínový laser byl založen na teoretické práci mnoha jiných vědců, z nichž Charles Townes, Nikolaj Basov a Alexandr Prochorov v roce 1964 obdrželi společně Nobelovu cenu za fyziku „za zásadní výzkum v oboru kvantové elektroniky, který vedl ke konstrukci oscilátorů a zesilovačů založených na principu maserů a laserů“. Nicméně jeden z klíčových principů laseru, stimulovaná emise, byl teoreticky předpovězen Albertem Einsteinem už v roce 1917 [2]. Bez zajímavosti nezůstává ani fakt, že v konstrukci laseru bylo lidstvo předběhnuto přírodou. V roce 1981 bylo totiž detekováno laserové záření tvořené přirozeně v atmosféře Marsu [3].

Laser zaujímá v moderním světě velmi důležitou pozici, ačkoliv si jeho význam málokdo uvědomuje. Stačí se ale rozhlédnout kolem sebe, abychom si uvědomili, kde všude se uplatňují jeho jedinečné vlastnosti. Namátkou můžeme zmínit např. tiskárny, CD a DVD přehrávače, skenery v obchodech, nástroje pro řezání a gravírování, přístroje v ordinacích lékařů atd. Přesto mnoho lidí ani netuší, že název laser je vlastně akronymem pro Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, tj. „zesilování světla stimulovanou emisí záření“. To je částečně způsobeno i tím, že při výuce fyziky se o laseru nehovoří buď vůbec, nebo jen velmi málo a bývá využit převážně k demonstracím o šíření světla a interferenci. To je na nástroj, se kterým se setkáváme na denní bázi, velmi málo.

Laser je nejvíce ceněn kvůli svým třem klíčovým vlastnostem: monochromatičnosti, směrovosti a koherenci. V experimentu popsaném níže je využívána hlavně posledně jmenovaná. Časová a prostorová koherence laseru totiž umožňuje po odrazu od nerovné plochy vytvoření interferenčního obrazce, který se anglicky nazývá *laser speckle* (obr. 1). Čeština nám ustálený výraz pro tento jev zatím neposkytuje (*speckle* je možné přeložit jako skvrna, popř. flíček), a proto v následujícím textu budeme používat anglický název psaný kurzívou. Ač v mnoha odvětvích je tento fenomén považován za šum, kterého je třeba se zbavit [4, 5], našlo se i jeho využití [6]. Vzhledem k vysoké stabilitě laserového svazku je tento interferenční obrazec ovlivňován převážně drobnými změnami na povrchu, např. prouděním krve v žilách, tekutin v listech rostlin, nebo dokonce pouhým dotykem ruky na plochu. Jakákoliv deformace na takovémto povrchu může být detekována relativně jednoduchou analýzou interferenčního obrazce před a po patřičné změně, a *laser speckle* jsou tudíž nedestruktivní metodou umožňující sledovat mikroskopické změny.

Popis experimentu

Tato metoda může být jednoduše demonstrována ve třídě. Schéma experimentu je znázorněno na obr. 1.

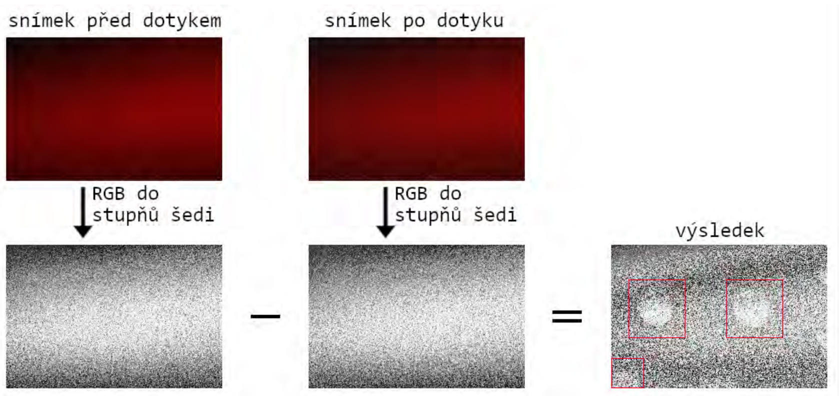


Obr. 1: Schéma experimentu

Laserový svazek (např. z laserového ukazovátka) je skrze čočku s malou ohniskovou vzdáleností (popř. ještě lépe skrz mikroskopický objektiv) nasměrován na povrch, v našem případě zeď (nerovnosti zdi jsou ve schématu značně zvýrazněny). Čočka (mikroskopický objektiv) slouží k dekolimaci svazku, aby bylo možné osvítit větší plochu. Popřípadě je možné použít laserovou diodu, u které je nutné odstranit kolimační čočku, paprsek je pak rozbíhavý s eliptickým tvarem. Nyní je vhodné si *laser speckle* prohlédnout vlastníma očima a porovnat ho např. s obrázky v tomto článku, nebo s fotografiemi nalezenými na internetu. Poté na osvětlenou stěnu namíříme fotoaparát, u kterého nastavíme možnost manuálního nastavení expozice a ostření, aby se neměnily podmínky během experimentu. Fotoaparát umístíme tak, aby jeho snímací čip a stěna byly rovnoběžné. Nyní už stačí pouze vyfotit stěnu, poté se jí na určitém místě snímaném fotoaparátem a osvětleném laserovým svazkem dotknout a co nejrychleji opět vyfotit. Doporučujeme fotoaparát a laser (popř. také čočku/objektiv před ním) umístit na optickou lavici, aby se předešlo jejich nežádoucím pohybům a vibracím během experimentu. Ze stejného důvodu je lepší mít k fotoaparátu připojenou dálkovou spoušť. Získaná data je nyní nutno zpracovat, což může být uskutečněno studenty.

Zpracování dat

Při experimentu samotném jsme získali data v podobě obrázků. Na nich ale kromě granulárního vzoru na podkladu (obr. 2) není pouhým okem nic vidět. Je tedy nutné tato data zpracovat. To může být provedeno rovnou při výuce, v softwaru, který si vyučující předem připraví, nebo při hodinách informatiky, kdy si studenti skript na zpracování sami napíší. Nejprve zde popíšeme princip zpracování dat a poté ukážeme příklady zpracování ve dvou programech.



Obr. 2: Postup zpracování dat. V čtvercových rámečcích jsou označena místa dotyku na zdi. Pro zvýraznění byl upraven jas a kontrast (originální snímky jsou velmi tmavé). Parametry snímků jsou následující: expoziční čas: 0,5 s, clona: 36, ISO: 100, velikost: 6016×4000 px.

Začínáme se dvěma RGB obrázky, jedním vytvořeným před dotykem a druhým po dotyku. Nejprve je nutné převést obrázky do odstínů šedi, popřípadě je možné z nich vyextrahovat červený kanál (za předpokladu, že jsme použili nejběžnější, červenou laserovou diodu a že snímek byl vytvořen v zatemněné místnosti). Takto byly oba obrázky zredukovány tak, že každý pixel má přiřazenu jednu hodnotu šedé. Tyto dva obrázky pak od sebe odečteme. Výsledný obrázek (obr. 2) je také ve stupních šedi a je vhodné upravit jeho jas a kontrast, abychom zvýraznili struktury.

Jednou z nejjednodušších možností pro analýzu *laser speckle* je použití freeware programu *ImageJ* (ke stažení na `imagej.net`). Po jeho instalaci a spuštění otevřeme postupně obrázky před dotykem a po dotyku (*File* → *Open*). Poté oba obrázky převedeme do stupňů šedi (*Image* → *Type* → 8-*bit*). Nyní už je stačí od sebe jen odečíst (*Process* → *Image Calculator...*). Za *Image*1 volíme obrázek před dotykem, za *Image*2 obrázek po dotyku. Z výběru pro *Operation* zvolíme *Subtract* (odečtení), nebo *Difference* (odečtení v absolutní hodnotě). Zaškrtneme také políčko *Create new window*. Samozřejmě je možné použít i jiné programy na úpravu fotografií, neboť většina z nich odečtení dvou obrázků nabízí.

Laser speckle můžeme analyzovat např. i v prostředí *Python*. Velmi jednoduchý skript vypadá následovně:

```python
import cv2
import matplotlib.pyplot as plt
# nacteni obrazku
obr_1 = cv2.imread("cesta_k_souboru_1/soubor_1.jpg")
obr_2 = cv2.imread("cesta_k_souboru_2/soubor_2.jpg")
# prevedeni obrazku do stupnu sedi
gray_1 = cv2.cvtColor(obr_1, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
gray_2 = cv2.cvtColor(obr_2, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
# odecteni obrazku
rozdil = (gray_1 - gray_2)
# zobrazeni vysledneho snimku
plt.imshow(rozdil, cmap="gray")
plt.show()
```

Bezpečnost

Při použití laseru ve výuce je vždy nutné dbát na bezpečnost, neboť se jedná o jeden z nejnebezpečnějších zdrojů světla. Přestože lasery mají nižší optický výkon než jiné, běžné světelné zdroje, jejich svazek je kolimovaný, tudíž nerozbíhavý. Udržuje si tedy vysoký tok energie plochou i ve velké vzdálenosti od zdroje. Oproti tomu např. běžná žárovka svůj světelný výkon vyzařuje relativně rovnoměrně do skoro všech směrů. Světelný svazek laseru může navíc být soustředěn čočkou, nebo jejich soustavou (jakou je např. i oko) do velmi malé plošky a tím způsobit nenapravitelné poškození zraku, v nejhorším případě i trvalou slepotu.

Je také vhodné změřit optický výkon laseru a nevěřit tvrzení výrobce, neboť to nemusí být vždy pravdivé. To bývá případ hlavně zelených laserů, které ve svém jádru obsahují infračervený laser o vysokém výkonu, který je pomocí nelineárních optických jevů použit na tvorbu zeleného svazku, přičemž před výstupem z laseru by infračervená část měla být odfiltrována. Použité filtry ale mohou být nekvalitní, nebo dokonce úplně chybí. Laser pak vyzařuje i v neviditelné části spektra vysoce výkonný svazek, který je schopný poškodit zrak. V některých případech je při práci s laserem vhodné/nutné používat ochranné brýle.

U výše popsaného experimentu je ale kýženého efektu dosaženo (i) i s laserem s malým výkonem (třída I nebo II); (ii) se svazkem, který je dekolimován. Obě dvě skutečnosti snižují možnost poranění, přesto je opatrnost na místě (např. laser by měl být fixován tak, aby vždy směřoval přes objektiv na zeď, nebo do stínítka).

Závěr

Ačkoliv byly (a dodnes v některých oblastech jsou) *laser speckle* brány jako obtěžující šum, velice rychle našly uplatnění v různých odvětvích. Od restaurátorství [7, 8], přes fotometrii [9], až po tzv. *laser biospeckle*, kde je předmětem zájmu živá tkáň [10]. Pokud se zaměříme na živočišnou tkáň, je možné sledovat její prokrvení, hojení ran apod.[11] Pro tyto účely zůstává experiment prakticky v nezměněné podobě. Odlišností je množství snímků pořízený za sekundu (fps) podle druhu zkoumaného objektu (většinou v řádech desítek fps). Objekt bývá snímán po dobu několika sekund, z čehož vyplývá, že počet pořízených obrázků jsou desítky až stovky. To také vyžaduje mírně sofistikovanější analýzu než v případě dvou obrázků jako v našem případě. Nicméně výhodou jednodušší varianty pokusu prezentované v tomto článku je možnost provést ji i doma a zlepšovat se tím jak v sestavování optických experimentů, tak i ve svých programátorských schopnostech.

Literatura

[1] Maiman, T. H.: Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187 (1960), s. 493–494.

[2] Einstein, A.: Zur Quantentheorie der Strahlung. *Physika Zeitschrift*, 18 (1917), s. 121–128.

[3] Mumma, M. J., Buhl, D., Chin, G., Deming, D., Espenak, F., Kostiuk, T., Zipoy, D.: Discovery of natural gain amplification in the 10-micrometer carbon dioxide laser bands on Mars: A natural laser. *Science*, 212 (1981), s. 45–49.

[4] Mehta, D. S., Naik, D. N., Singh, R. K., Takeda, M.: Laser speckle reduction by multimode optical fiber bundle with combined temporal, spatial, and angular diversity. *Applied Optics*, 51 (2012), s. 1894–1904.

[5] Graetzel, Ch., Suter, M., Aschwanden, M.: Reducing laser speckle with electroactive polymer actuators. *Proc. of SPIE*, 9430 (2015), s. 943004.

[6] Rabal, H. J., Braga Jr., R. A.: *Dynamic Laser Speckle and Applications.* CRC Press, Boca Raton, 2018.

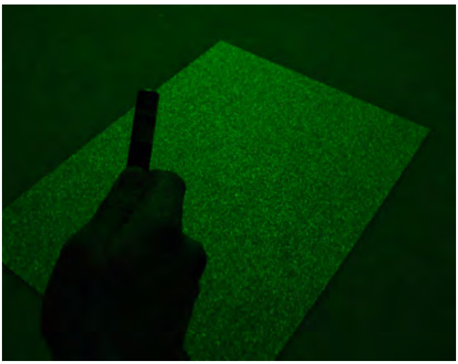
[7] Pérez, A. J., González-Peña, R. J., Braga Jr., R., Perles, Á., Pérez–Marín, E., García-Diego, F. J.: A portable dynamic laser speckle system for sensing long-term changes caused by treatments in painting conservation. *Sensors*, 18 (2018), s. 190.

[8] Daffara, C., Marini, E.: A portable compact system for laser speckle correlation imaging of artworks using projected speckle pattern. *Journal of Imaging*, 6 (2020), s. 119.

[9] Cikalova, U., Bendjus, B., Schreiber, J.: Laser-speckle-photometry – A method for non-contact evaluation of material damage, hardness and porosity. *Materials Testing*, 54 (2012), s. 80–84.

[10] Brag Jr., R. A.: When noise becam information: State-of-the-art in biospeckle laser. *Ciência e Agrotecnologia*, 41 (2017), s. 359–366.

[11] Basak, K., Manjunatha, M., Dutta, P. K.: Review of laser speckle-based analysis in medical imaging. *Med. Biol. Eng. Comput.*, 50 (2012), s. 547–558.



Obr. 3: (redakce) Laser speckle – obrázek na bílem papíře překrytém plexisklem vytvořený osvětlením protější bílé zdi zeleným 50 mW laserovým ukazovátkem (zdroj: `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Laser_speckle_green.jpg`)

Nikola Tesla (1856–1943) – průkopník střídavého proudu

František Jáchim, Základní škola Dukelská, Strakonice

Pomníky významných lidí mohou být různé. Jsou jimi sochy na náměstích, pamětní desky na domech, skvostné náhrobky i pouhé připomenutí názvem ulic. Pestrost těchto artefaktů je větší u astronomů, matematiků, fyziků a techniků, jakoby i tímto měla být podtržena jejich tvořivost a důvtip. Setkáme se s nimi např. ve jménech kráterů na Měsíci nebo v názvech planetek či komet. Když se Tesla stal již váženým a známým, zeptal se ho mladý novinář, možná trochu netaktně, proč on po tak velkých zásluhách ještě nemá pomník. Tesla mu odvětil: „Každý sloup dálkového vedení vysokého napětí je jedním z pomníků mé práce. Spočítejte si je.“ Popíšeme, proč tato odpověď není vůbec od věci.

Obr. 1: Nikola Tesla (1856–1943)

Čtenář jistě ví, že každý vodič klade elektrickému proudu odpor, a je-li hodně dlouhý, energie vložená na začátek vedení dojde na jeho konec s určitými ztrátami, nebo při velké délce nedojde téměř vůbec. Ztráty ve vedení jsou úměrné druhé mocnině proudu, tzn., že s rostoucím proudem se zvětšují velmi rychle. Jelikož první elektrifikace probíhala stejnosměrným proudem při napětí stejném u zdroje jako u spotřebitele, musely být zdroje – elektrárny – velmi blízko místa spotřeby. To byla cesta Thomase Alvy Edisona, který ztrátu ve vedení minimalizoval tím, že zdroj (dynamo) byl od spotřebitele vzdálen nejvýše v řádu několika kilometrů. Tesla byl již od mládí posedlý touhou vyrobit motor (nebo generátor) na střídavý proud. Jen střídavé napětí je možné transformovat na velmi vysoké napětí, nebo naopak na nízké napětí, a je tudíž vhodné pro dálkový přenos elektrické energie. Jestliže Tesla dokázal střídavé napětí vyrobit, mohly se podstatně zvětšovat vzdálenosti mezi místem výroby a místem spotřeby na stovky kilometrů.

Cesta za elektřinou

Nikola Tesla se narodil 10. června 1856 v srbském městečku Smiljanu na úpatí hory Velebitu (obr. 1). Jeho otec byl pravoslavný kněz a přál si, aby se syn také stal duchovním. Nikola po absolvování nižší reálky přešel na vyšší stupeň do Karlovacu a tam složil maturitu. Ta měla být prvním stupněm ke kněžství. Těžké onemocnění syna cholerou ale obměkčilo otce natolik, že na Nikolových teologických studiích netrval a dovolil mu zabývat se tím, co ho zajímalo, a to byla elektřina. Roku 1875 tedy mladý Tesla začal studovat na Joanneum Polytechnik v Štýrském Hradci a tam na fyzikálních přednáškách Jacoba Poeschla zřejmě poprvé uviděl motor na stejnosměrný proud. Takový motor měl komutátor, jímž se pravidelně měnila polarita vstupujícího proudu, avšak v místě dotyku kartáčků bylo slyšet i vidět silné jiskření. Patrně v této době Tesla začal uvažovat o motoru bez komutátoru, který by nejiskřil, musel by však být napájen střídavým proudem. Profesor jej přesvědčoval o nemožnosti sestrojení takového motoru, což na Teslu naštěstí nezapůsobilo. Tesla byl od mládí velice tvrdohlavý a dokázal pracovat s velkým úsilím. Jeho vnitřní motivace byla obdivuhodná. Se stejným nadšením, s jakým získával fyzikální poznatky, četl filozofické spisy a s neobyčejnou pečlivostí přečetl např. dílo Voltairovo. Mohl číst německy, francouzsky, anglicky i italsky. Proto čtenáře může velmi překvapit pronikavá změna Teslova přístupu ke studiu. Po dvou letech začal vést bohémský život a školu opustil. Našel si práci v jakési technické dílně v Mariboru.

Tam jeho zájem o elektřinu nebyl uspokojen a po změně životního postoje ke studiu se rozhodl ve studiích pokračovat, a proto ho v akademickém roce 1879/80 najdeme v seznamu studentů filozofické fakulty pražské Karlo-Ferdinandovy univerzity. Zapsal si přednášky z elektrotechniky, matematiky a filozofie. Tentokrát mu nechyběla píle, zato peníze, pro jejichž nedostatek mohl studovat pouze jeden rok. Pak, aby se nějak uživil, odešel do Budapešti pracovat pro telefonní společnost vedenou bratry Puskasovými, z nichž jeden byl Edisonovým přítelem. Myšlenka na střídavý motor ho stále provázela. Zde se patrně u něj zrodil nápad místo cívky otáčející se v magnetickém poli, vytvořit naopak otáčivé magnetické pole ve statoru motoru. Stále ale nevěděl jak.

Paříž, Amerika

Další školou života pro Teslu byl pobyt v Paříži od roku 1882. Jeho život dostal nový rytmus, začínající každé ráno uplaváním 27 bazénů a pěší cestou do dílen Charlese Batcheleora, jakéhosi technického vyslance Alvy Edisona v Evropě, řídícího zde ve společnosti Société Electrique Edison výrobu dynam a celého sortimentu součástek pro budování elektráren a rozvodných sítí. Zde Tesla dokonale poznal technickou i obchodní strategii Edisonova monopolu, ale současně – a to bylo pro jeho další práci rozhodující – limity ve využívání stejnosměrného proudu. Když byl v roce 1883 poslán do Štrasburku, aby dohlédl na rekonstrukci elektrárny, sestrojil tam první vícefázový motor. Jelikož o něj nikdo neměl zájem, Tesla se rozhodl, že zkusí štěstí přímo u Edisona, což znamenalo vydat se do Ameriky.

Obr. 2: Ve své laboratoři v New Yorku

Na její břehy vstoupil 6. června 1884, čtyři dny před svými 28. narozeninami. Začal pracovat v Edison Machine Works v New Yorku jako projektant stejnosměrných motorů. Když podal patent na termomagnetický motor, poháněný ohříváním a ochlazováním magnetů, právník a technik Alfred Brown mu zařídil vlastní laboratoř pro vývoj tohoto motoru (obr. 2), Tesla v ní ale dále pracoval na vývoji motoru střídavého.

Roku 1885 přišel Teslův objev točivého magnetického pole a v návaznosti na Faradayovy objevy elektromagnetické indukce tam vyrobil již technicky dokonalý a použitelný dvoufázový motor. Přivedením oddělených střídavých proudů vytvořil rotující magnetické pole (instalací dvou párů cívek postavených kolmo na sebe) indukčně strhávající kotvu rotoru (obr. 3). Když Tesla roku 1888 pronesl přednášku o principu tohoto motoru pro Americký institut inženýrů, začal se o motor zajímat průmyslník a vynálezce vlakové průběžné vzduchové brzdy Georg Westinghouse a motor upravil pro frekvenci střídavého proudu 60 Hz. Nezapomněl Teslovy patenty koupit.

Obr. 3: Řez Teslovým dvoufázovým motorem

Zdroj střídavého napětí i motor na toto napětí mohly být od sebe vzdáleny velmi daleko. Tesla věděl, že jen střídavé napětí lze transformovat, proto může být celkový příkon přenášen vysokým napětím a malým proudem, tedy s minimálními ztrátami. V tom viděl velkou budoucnost výstavby velkých rozvodných sítí. Střídavý proud se ukázal jako perspektivní již na světové výstavě roku 1893 v Chicagu, která byla osvětlena bezpočtem žárovek napájených z jediné elektrárny. Avšak vrcholným kouskem té doby bylo vybudování elektrárny pod Niagarskými vodopády s rozvodem elektrické sítě do 43 kilometrů vzdáleného Buffala. Nápad a projekt byl Teslův, provedení Westinghousovo.

Tesla si s Edisonem moc nerozuměl. Přesněji řečeno, Edison si Tesly moc nevážil, jediné uznání, které mu poskytl, bylo po Teslově opravě dynam na parníku, který se bez elektřiny nemohl na řece Hudson pohnout z místa. Edison neuznával možnost využívat střídavé napětí, považoval svoji soustavu za naprosto dokonalou a ve vysokém napětí viděl i potenciální nebezpečí pro život lidí.

Když Tesla Edisonovy dílny opustil, zaujal pozici jeho konkurenta, a to velmi těžkého. Jakkoli se perspektiva využití střídavého proudu jevila slibná, Edisonovi se ale nemohl vyrovnat podnikatelskými ani obchodními dovednostmi, ač se o to velmi snažil. Založil nejprve společnost zabývající se obloukovými lampami Tesla Arc Light Company a v roce 1887 firmu Tesla Electric Company v New Yorku. Z těchto společností byl nakonec vytlačen a zůstal nejen bez vlivu na jejich chod, nýbrž i bez finančních prostředků. Konkurence vůči Edisonovi byla zprostředkovaná právě G. Westinghousem, který se dobře vyznal nejen ve věcech technických, ale i podnikatelských.

Letitá nevraživost mezi Teslou a Edisonem se projevila i v roce 1912, v němž byli oba navrženi na Nobelovu cenu. Tesla nominaci odmítl přijmout, nemohl se smířit s tím, že by se s velkým soupeřem o cenu dělil.

Přenos na dálku

Zajímavé jsou i Teslovy pokusy o bezdrátový přenos energie. Když začal pracovat se střídavým proudem (tehdy o frekvenci 60 Hz, kterou pro aplikace zavedl Westinghouse), položil si otázku, jak by se chovaly elektrické obvody s vysokofrekvenčními proudy (např. 10 000 Hz). Předpověděl, že vysokofrekvenční proudy mohou být využity v lékařství, radiotelegrafii i při bezdrátovém přenosu elektrické energie. Vysokofrekvenční proudy získával pomocí transformátoru, v jehož sekundárním obvodu byla kombinace cívky, kondenzátoru a jiskřiště. Takto uzpůsobený transformátor se dnes nazývá Teslův, lze jím ukázat celou řadu zajímavých jevů – např. bezdotykové rozsvícení zářivky. Jen pro zajímavost uvádíme, že vysokofrekvenční proud prochází zejména v blízkosti povrchu vodiče, je proto výhodné vést ho trubičkou místo plným vodičem. Zabýval se myšlenkou přenášet bezdrátově elektrickou energii pomocí vysokého napětí a vysokofrekvenčního proudu.

Obr. 4: Na československé známce z roku 1959 je mj. i Teslův vysokofrekvenční transformátor

V roce 1895 byla jeho laboratoř zničena požárem, Tesla ji obnovil a započal pokusy s bezdrátovou telegrafií. Nedaleko New Yorku postavil vysílací věž vysokou 57 metrů, jejíž vysílací dosah byl kolem 35 kilometrů (obr. 5). V Coloradu se pokusil s vysílačem o výkonu 200 kW a dosahem 1 000 kilometrů o přenos elektrické energie – podařilo se mu vzdáleně rozsvítit 200 žárovek.

Obr. 5: Teslova vysílací stanice na Long Islandu v USA s vysílací věží vysokou 57 metrů určená pro přenos radiového vysílání i silové elektřiny, její výkon byl 1 500 kW

V roce 1898 předvedl radiem ovládanou lodičku na hladině bazénu v chicagském obchodním klubu. Když se dověděl o Marconiho úspěšných pokusech s telegrafií, tuto oblast opustil.

Turbína bez lopatek

Po jedné z depresí, jimiž občas trpěl, obrátil svoje úsilí ke konstrukci plynové turbíny bez lopatek. Uvažoval zhruba takto: Jako rotující magnetické pole strhávalo rotor střídavého motoru, mohla pára obdobně táhnout řadu tenkých, na sobě složených disků na hřídeli prostřednictvím viskózních sil vyvolávajících napětí ve smyku. Jejich velikost by závisela na rychlosti toku tekutiny, což předpokládalo rotaci s frekvencí 10 000 otáček za minutu. Nepodařilo se mu ale nikoho přesvědčit o investici do přípravných pokusů. Sám si však dal patentovat rychloměr pracující na uvedeném principu.

Podivín

Připomeňme ještě některé zvláštnosti Teslovy osobnosti. Jeho osudové spojení s elektřinou bylo prý dáno již tím, že se narodil o půlnoci za silné bouřky s bezpočtem blesků. Ve věku tří let poznal poprvé statickou elektřinu, když při hlazení domácího kocoura to u Teslových rukou zapraskalo a přeskočilo pár jisker. Za pobytu v Paříži trpěl silnými halucinacemi, při nichž viděl kolem sebe mnoho plamenů. Velmi dobře slyšel. Dokonce ho rušil tikot hodin, a to i velmi vzdálených. Měl rád číslo tři. Jak jsme již uvedli, v Paříži začínal den zaplaváním 27 bazénů, pak počítal kroky do dílny – dělal jich tolik, aby jejich počet byl dělitelný třemi. V hotelu vždy bydlel v poschodí dělitelném třemi.

Přestože byl v kontaktu s velmi zámožnými lidmi, kteří mu občas poskytovali zálohy na výzkum (např. J. P. Morgan mu umožnil investovat 150 000 dolarů do bezdrátové elektřiny), Tesla velice rychle dary od sponzorů utratil a často se ocital úplně bez prostředků. Ve světě kapitálu se vůbec neorientoval a nikdy tam nic neznamenal. Takovéto situace u něj vyvolávaly stavy hlubokých depresí. Nakonec dlužil i za hotelové pokoje.

Poslední léta života Tesla žil v osamění. V roce 1939 byl na newyorkských ulicích sražen autem a od té doby se jeho životním prostorem stal hotelový dvoupokoj v třiatřicátém poschodí (pověrčivost na dělitelnost třemi!) hotelu New Yorker na Manhattanu. Zde se utěšoval svojí zálibou v pozorování holubů. Do svého hotelového pokoje si nosil zraněné holuby a pokoušel se je uzdravit. Zvlášť si oblíbil bílou holubici přilétající každodenně na parapet jeho okna. Traduje se, že uhynula v den Teslovy smrti – 8. ledna 1943.

Obr. 6: Pamětní deska na hotelu New Yorker v New Yorku, kde Tesla zemřel

Rodná země na velkého vynálezce nezapomněla. V Bělehradě můžeme navštívit Teslovo muzeum, v němž kromě četných exponátů a dokumentů je uložena i pozlacená urna s Teslovým popelem.

Obr. 7: Pomník Nikoly Tesly v Záhřebu

Obr. 8: Stefan Milkov (sochař) a Jiří Trojan (architekt): Pomník Nikoly Tesly v Praze 6 – Dejvicích, ulice Nikoly Tesly. Odhaleno 4. září 2014.

Literatura

[1] Mayer, D.: *Pohledy do minulosti elektrotechniky.* Kopp, České Budějovice, 2004.

[2] Kraus, I.: Nikola Tesla ze Smiljanu pod Velebitem. *Čs. čas. fyz.*, 51 (2001), s. 133–137.

[3] Carlson, W. B.: Vynálezce snů. *Scientific American – české vydání*, 1 (1998), s. 95–102.

Matematická olympiáda

Tomáš Bárta

Matematická olympiáda je nejstarší předmětovou soutěží v ČR (resp. Československu), v září začne už její 72. ročník. Každoročně se jí účastní od 10 do 40 tisíc řešitelů od 5. třídy základní školy po maturanty.

Od jiných matematických soutěží se matematická olympiáda liší v několika aspektech. Prvním je to, že aby se žák/student mohl zapojit do MO, musí nejprve ve svém volném čase vyřešit úlohy školního kola, které se řeší doma a soutěžící na ně mají několik měsíců času. Velice nás těší, že se i přes tuto "překážku" účastní MO takové množství mladých lidí. Druhým aspektem je, že v MO nás nezajímá jen výsledek, ale důraz je kladen především na postup řešení. Řešitelé MO tak trénují nejen své matematické dovednosti, ale učí se také formulovat své myšlenky a předkládat nezpochybnitelné argumenty. Opravování soutěžních protokolů je vysoce kvalifikovaná práce, do níž je zapojeno obrovské množství lidí, od učitelů základních a středních škol, kteří opravují školní kola, po dobrovolníky z řad vysokoškolských učitelů a studentů (bývalých olympioniků), kteří opravují krajská a ústřední kola středoškolských kategorií.

Odměnou řešitelů MO je radost z vyřešených úloh, diplom za dobré umístění, resp. prominutí přijímacích zkoušek na vysokou školu. Na nejlepší řešitele kategorií A, B a C navíc čeká pozvánka na týdenní celostátní soustředění, kde mají možnost se potkat s podobně zaměřenými vrstevníky z celé republiky a kde je kromě matematických přednášek čekají i výlety a nejen matematické hry. Nejlepší řešitelé krajských kol kategorií A a P se potkají už na třídenním ústředním kole soutěže a nejlepší z nich poté čeká výběrové soustředění a Mezinárodní matematická olympiáda (IMO), Středoevropská matematická olympiáda (MEMO), Mezinárodní olympiáda v informatice (IOI), resp. Středoevropská olympiáda v informatice (CEOI). V posledních letech také vysíláme zástupce na Evropskou dívčí matematickou olympiádu (EGMO) a nejlepší *mladí* řešitelé kategorie A (z prvních ročníků středních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií) mají možnost získat první zkušenosti s mezinárodní soutěží na Česko-Polsko-Slovenském střetnutí juniorů (CPSJ).

V minulých třech letech procházela MO nelehkým obdobím způsobeným kromě pandemie covid-19 také předčasným odchodem dlouholetého tajemníka Ústřední komise MO K. Horáka. V březnu 2020 byly kvůli pandemii zavřeny školy a zrušeny předmětové soutěže, a to dva týdny před konáním ústředního kola. Organizátoři kategorie P nakonec uspořádali ústřední kolo online v původně plánovaném termínu. Organizátoři matematických kategorií vyčkávali, zda se situace nezlepší, a nakonec se ústřední kolo kategorie A konalo online v prvních červencových dnech a několik dní předtím se uskutečnila krajská kola kategorií B a C. Zbývající okresní a krajská kola kategorií Z byla zrušena. Online se také konaly téměř všechny mezinárodní soutěže, EGMO jako první z nich už v dubnu. IMO (největší, nejstarší a nejprestižnější soutěž) se konala za mimořádných bezpečnostních opatření. Soutěžící z každé země řešili úlohy v jedné místnosti (u nás na Matematicko-fyzikální fakultě v Praze) a byli pod dohledem svých vedoucích, zahraničního delegáta, který byl s nimi v místnosti, a ještě petrohradských organizátorů prostřednictvím kamer.

V roce 2020/21 se konal jubilejní 70. ročník MO. V tomto ročníku se konala všechna kola všech kategorií MO, všechna buď online, nebo žáci řešili ve svých školách. Online se konala i výběrová a přípravná soustředění před mezinárodními olympiádami, společná pro české a slovenské týmy. V létě došlo ke zlepšení situace a podařilo se uspořádat výše zmíněná soustředění pro nejlepší řešitele kategorií A, B a C. Také MEMO se koncem srpna konalo prezenčně v chorvatském Záhřebu. Na účastnících všech těchto prezenčních akcí bylo vidět, jak si je po vynucené přestávce užívají.

Rok 2021/22 už proběhl standardním prezenčním způsobem, jen lednová okresní a krajská kola se někde řešila v jednotlivých školách. Soutěžícím v karanténě bylo obvykle umožněno se účastnit online (i když ne úplně ve všech oblastech).

V minulých třech letech zaznamenali naši soutěžící nadprůměrné úspěchy na mezinárodních soutěžích. Na EGMO získala M. Mišinová postupně dvě zlaté medaile, v letech 2019 a 2020. Na IMO jsme získali zlatou medaili také dvakrát po sobě, nejprve S. Rosiar v roce 2020 a poté M. Šafránek v roce 2021. K tomu přidal v roce 2021 M. Fof zlatou medaili z MEMO. Na olympiádách v informatice získal J. Kalvoda zlatou medaili na CEOI v roce 2020 a poté na IOI v roce 2021. Kromě toho získali další naši reprezentanti stříbrné a bronzové medaile.

Přestože minulé roky byly složité, umožnily nám posunout MO v některých oblastech dále. Díky intenzivnějšímu využití technologií jsme zlepšili způsob výběru úloh a prohloubili spolupráci se Slovenskem. Díky

M. Marešovi máme OSMO, odevzdávací systém matematické olympiády. Ten bude v dalších letech sloužit nikoli primárně k odevzdávání (doufáme, že soutěže budou prezenční a nebude třeba odevzdávat elektronicky), ale k archivaci, tvorbě výsledkových listin a jejich zveřejňování a také ke zveřejňování opravených soutěžních protokolů, aby soutěžící měli možnost do nich nahlédnout (především v krajských kolech, kde v minulosti tato zpětná vazba chyběla). V době pandemie jsme pořádali online přednášky zaměřené na řešení úloh a doufám, že se nám podaří je nabízet (vedle prezenčních seminářů) i nadále a umožnit tak účast na přednáškách širšímu okruhu zájemců.

Na závěr tohoto textu bych chtěl poděkovat všem kolegům, kteří s organizací MO pomáhají a také partnerům MO, bez jejichž finanční podpory bychom se neobešli – skupině ČEZ, nadaci RSJ, společnostem Second Foundation a.s. a G-research a samozřejmě MŠMT. V neposlední řadě také Matematickému Ústavu Akademie věd a Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy.

A teď už je čas pustit se do řešení úloh 72. ročníku MO, které najdete na webu MO `www.matematickaolympiada.cz`. Kromě své kategorie se nebojte zkusit i kategorii A, i pokud jste třeba teprve v prvním ročníku (kvintě), i v tomto věku lze získat medaili na IMO, nebo aspoň postoupit na Česko-polsko-slovenské střetnutí juniorů. Hru z třetí úlohy kategorie A si navíc můžete vyzkoušet online na odkazu `http://skmo.sk/72a3`. Tak s chutí do toho!

Řešení úlohy MO krajského kola kategorie B

Úloha 3: Pravidelný n-úhelník označme $A_1A_2\dots A_n$. Pro která $n \geq 5$ platí, že obraz bodu A_3 v osové souměrnosti podle přímky A_1A_2 leží na přímce A_4A_5? (*Josef Tkadlec*)

Autorské řešení: Označme S střed pravidelného n-úhelníku $A_1A_2\dots A_n$ a P průsečík polopřímek A_1A_2 a A_5A_4. Bod P bude existovat pro každé $n > 6$, zbylé případy $n = 5$ a $n = 6$ rozebereme na konci řešení. Nyní tedy předpokládejme, že $n > 6$. Ze souměrnosti podle přímky SA_3 je zřejmé, že bod P leží na polopřímce SA_3. V zadání úlohy vystupující obraz bodu A_3 v osové souměrnosti podle přímky A_1A_2 označme A_3'. Dále označme ještě $\alpha = |\sphericalangle A_1SA_2| = |\sphericalangle A_2SA_3| = 360°/n$. V rovnoramenném trojúhelníku SA_1A_2 máme $|\sphericalangle SA_2A_1| = 90° - \frac{1}{2}\alpha$, takže pro jeho vnější úhel platí $|\sphericalangle SA_2P| = 180° - |\sphericalangle SA_2A_1| = 90° + \frac{1}{2}\alpha$, a tudíž z trojúhelníku SA_2P vychází

$$|\sphericalangle A_3PA_2| = |\sphericalangle SPA_2| = 180° - \alpha - \left(90° + \frac{1}{2}\alpha\right) = 90° - \frac{3}{2}\alpha.$$

Díky souměrné sdruženosti bodů A_2, A_4 podle přímky $SA_3 = SP$ platí rovněž

$$|\sphericalangle SPA_4| = 90° - \frac{3}{2}\alpha.$$

Podobně díky souměrné sdruženosti bodů A_3, A_3' podle přímky A_1A_2 platí také

$$|\sphericalangle A_2PA_3'| = 90° - \frac{3}{2}\alpha.$$

Dohromady to znamená, že (ne nutně konvexní) úhel $A_3'PA_4$ s vnitřním bodem S má velikost

$$3 \cdot \left(90° - \frac{3}{2}\alpha\right) = 270° - \frac{9}{2}\alpha.$$

Naším úkolem je najít všechna $n > 6$, kdy posledně určená velikost je $180°$ (právě tehdy totiž bod A_3' leží na přímce A_4A_5). Rovnost

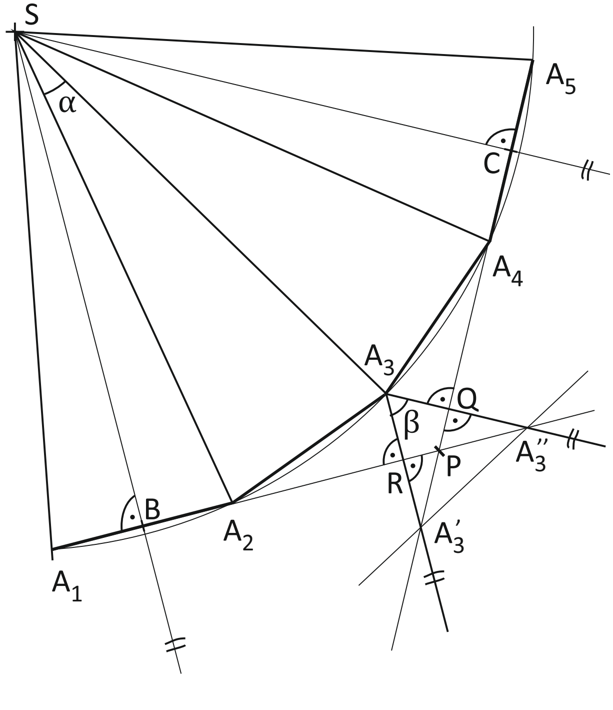
$$270° - \frac{9}{2}\alpha = 180°$$

ovšem nastane, právě když bude $\alpha = 20°$. Jelikož jak víme $\alpha = 360°/n$, je $n = 18$ jediným řešením úlohy v oboru všech čísel $n > 6$.

Zbývá rozebrat případy $n = 6$ a $n = 5$. Při $n = 6$ jsou přímky A_1A_2 a A_4A_5 rovnoběžné a přímka A_4A_5 leží celá v polorovině opačné k polorovině SA_3A_3', a proto bod A_3' neleží na přímce A_4A_5. Při $n = 5$ leží bod A_3' a celá přímka A_4A_5 v opačných polorovinách s hraniční přímkou A_1A_3 (která je totiž rovnoběžná s přímkou A_4A_5), takže ani tehdy bod A_3' na přímce A_4A_5 neleží.

Závěr: Jediné řešení úlohy je $n = 18$.

Řešení Kláry Vondráčkové z G Voděradská: Když obraz A_3' bodu A_3 v osové souměrnosti podle přímky A_1A_2 leží na přímce A_4A_5, musí jeho obraz A_3'' v osové souměrnosti podle přímky A_4A_5 ležet na přímce A_1A_2. Platí $|A_3A_3'| = |A_3A_3''|$. Pro $n > 6$ máme $\triangle\ A_3A_3'A_3''$ (pro $n = 5$ a $n = 6$ ošetření zvlášť jako v autorském řešení). Úsečky QA_3' a RA_3'' jsou výšky trojúhelníku, viz obr. 1. Jelikož obě končí ve středech stran, jedná se o rovnostranný trojúhelník. Všechny vnitřní úhly jsou $60°$, tj. $\beta = 60°$.



Obr. 1: Náčrt situace

Jelikož

$$|\sphericalangle A_nSA_{n+1}| = \frac{360°}{n} = \alpha,$$

máme $|\sphericalangle BSC| = 3\alpha$. Jistě platí $\beta = |\sphericalangle BSC|$. Tudíž $60° = 3\alpha$, tj. $\alpha = 20°$. Odtud $360°/n = 20°$, proto $n = 18$.

Závěr: Jediné řešení je $n = 18$.

Zpráva o průběhu Fyzikální olympiády v Praze

Stanislav Gottwald, Praha

Jako každý rok proběhla i ve školním roce 2021/22 Fyzikální olympiáda. V kategoriích E až A proběhla i krajská kola, letos již v běžné (tj. prezenční) formě. A jak vypadala krajská kola v Praze?

V **kategorii E** do krajského kola postoupilo 33 žáků, z toho 31 bylo úspěšných řešitelů. V této kategorii bylo určování pořadí na čelních místech zvláště dramatické, protože o konečném pořadí nerozhodly ani tzv. modifikované body (bodová hodnota jednotlivých úloh není stejná, přičemž váha se určuje podle úspěšnosti řešení dané úlohy v daném kraji), ale až data narození řešitelů (mladší žáci jsou zvýhodněni). Na 1. až 3. místě byla trojice: Šimon Hájek, Ludmila Šírová a Veronika Menšíková. I o pořadí na 4. a 5. místě rozhodlo až datum narození. Striktní pořadí na 1. až 10. místě, a tedy i uplatnění dodatečných kritérií pro rozřazení, je nutné určit z důvodů programu Excelence. Z pohledu fyzikálních znalostí byli řešitelé na čelních místech srovnatelní a dosáhli vynikajících výsledků. To platí i o dalších kategoriích.

V **kategorii D** bylo do krajského kola pozváno 57 řešitelů, z toho 54 bylo úspěšných. První místo získal Matěj Pěnička z Gymnázia, Praha 6, Nad Alejí. Studenti Mikuláš Jandík, Vojtěch Dvořák a Jakub Korec získali stejný počet (modifikovaných) bodů a o konečném pořadí na 2. až 4. místě rozhodlo opět až datum narození. Na dalších místech nebyla situace již tak dramatická.

V **kategorii C** bylo do krajského kola pozváno 21 řešitelů, z toho 15 bylo úspěšných. Na prvních čtyřech místech byla situace obdobná jako v kategorii D. První místo bylo jasné: obsadil ho Jakub Zahradník z Gymnázia Nad Alejí. O definitivním pořadí na 2. až 4. místě rozhodlo datum narození. Tato místa obsadili studenti: Marek Štorek, Petra Mrázková a Alexej Velko.

V **kategorii B** do krajského kola postoupilo jen 11 studentů, z tohoto počtu bylo 8 úspěšných. První místo obsadil Šimon Andrš a druhé Samuel Rosiar (oba z Gymnázia Jana Keplera). Na třetím místě se umístil Petr Endrle a na čtvrtém Adam Prokop, oba opět se stejným počtem modifikovaných bodů.

V **kategorii A** do krajského kola postoupilo v Praze 15 studentů, z toho bylo 8 úspěšných, kteří postoupili do kola ústředního (celorepublikového). Z těchto osmi bylo v ústředním kole úspěšných pět řešitelů. Na 1. místě v Praze byl Aleš Opl z Gymnázia a Hudební školy hl. města Prahy (v ústředním kole obsadil místo druhé). Druhé místo v Praze v kategorii A získal Josef Vácha z Gymnázia Jana Keplera (v ústředním kole byl čtvrtý). Pomyslnou bronzovou medaili získal Ondřej Škrna (Gymnázium, Praha 4, Budějovická – v ústředním kole obsadil místo páté).

Slavnostní zakončení 53. ročníku Fyzikální olympiády proběhlo 21. 6. od 15.00 na půdě Matematicko-fyzikální fakulty (MFF UK), ve velké posluchárně v Tróji (V Holešovičkách 2, Praha 8 – Libeň). Na zakončení dorazila téměř stovka úspěšných řešitelů (z celkového počtu 119).

Na začátku setkání účastníky pozdravilo několik představitelů institucí, které se zabývají organizací FO a vzděláváním ve fyzice. Úvod patřil pochopitelně předsedovi KK FO (krajské komise fyzikální olympiády) v Praze RNDr. Lukáši Ledvinovi. Dále promluvil za MFF UK RNDr. Petr Kácovský Ph.D. (zástupce vedoucího katedry didaktiky fyziky), za FJFI ČVUT Ing. Libor Škoda a za Dům dětí a mládeže Praha 2 Richard Mucha (pedagog volného času).

Všichni zúčastnění pak obdrželi z rukou tajemnice KK FO RNDr. Lidmily Krchové diplomy, které zajistil DDM Praha 2, a drobný věcný dar od Elixíru do škol. Prvních deset úspěšných řešitelů v kategoriích D až A pak získalo diplom děkana FJFI ČVUT Praha a finanční dar (poukaz) od téže instituce. Medailisté (tedy první tři z každé kategorie) své diplomy obdrželi již dříve, na slavnostním předávání cen 15. 6., které pro nejrůznější vzdělávací soutěže pořádal hlavní garant těchto soutěží v Praze, DDM Praha 2.

Na slavnostním zakončení FO se však nepředávaly jen ceny. Setkání bylo obohaceno i kulturním a odborným programem (pochopitelně z oblasti fyziky): účastníci vyslechli ve dvou vstupech několik skladeb pro flétnu v podání Ondřeje Hníka z Gymnázia Opatov, o odborný program se postaral RNDr. Stanislav Gottwald povídáním o elektromagnetickém vlnění s ukázkou několika experimentů především s Lecherovým vedením. Technickou podporu zajistil Ondřej Vašátko, úspěšný řešitel v kategorii B (také z Gymnázia Opatov).

Ačkoli (především vzhledem ke kovidovým opatřením) nebyl ani letošní ročník pro řešitele jednoduchý, proběhl bez zásadních komplikací a je jistě možné ho považovat za úspěšný, a to především díky nadšení samotných řešitelů. Těm patří také hlavní dík a výzva, aby se nenechali odradit případnými neúspěchy a překážkami, nebo na druhou stranu neusnuli na vavřínech, a s chutí a odhodláním se pustili do dalšího ročníku. Řešení fyzikální olympiády je především výzvou a motorem k sebevzdělávání. A pokud některým zájemcům o fyziku FO nestačí, nebo jim naopak tento způsob nevyhovuje, je spousta jiných zajímavých fyzikálních soutěží a aktivit (týmové a korespondenční soutěže a semináře, natáčení experimentů apod.), ve kterých se žáci se zájmem o fyziku a techniku mohou realizovat. V každém případě je fyzika zajímavá a krásná věda, které stojí za to věnovat trochu času, trpělivosti a píle.

A proto chutě do dalších ročníků fyzikálních soutěží!

☛ Objednávky časopisu ☚

Od roku 2020 vyřizuje objednávky časopisu
Rozhledy matematicko-fyzikální
společnost

MediaCall, s. r. o.
Vídeňská 546/55
639 63 Brno
tel: +420 532 165 165
e-mail: export@mediacall.cz

Objednávky lze realizovat i přes web:
www.zahranicnitisk.com

Pro členy JČMF vyřizuje objednávky předplatného sekretariát JČMF. Roční předplatné bude od nového ročníku 2022 pro členy JČMF 200 Kč.

Elektronická verze čísla 2/2022 je ke stažení na adrese:
https://rozhledy.jcmf.cz/wp-content/uploads/RMF-97-2.pdf
heslo: mrkvi4ka

ROZHLEDY
matematicko-fyzikální
Ročník 97 (2022), číslo 2

OBSAH

Pokyny pro autory

Příspěvky dodávejte na adresu redakce v elektronické podobě. Nejlépe napsané ve formátu LaTeX, přijatelný je i formát PlainTeX, je akceptovatelný i text připravený editorem Word či podobným.

Pokud jde o obrázky, je žádoucí, aby byly připraveny v reprodukovatelné podobě. Každý obrázek nechť je v samostatném souboru, nejlépe ve formátu eps nebo pdf. Přípustná je též bitmapa v dostatečném rozlišení.

Ke každému zasílanému příspěvku (ne u soutěží, zpráv a recenzí) přiložte krátkou anotaci v českém jazyce. Dále je žádoucí, aby u každého příspěvku byla uvedena literatura, na kterou je v textu odkazováno.