

ROZ HLEDY

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ

ČASOPIS PRO ZÁJEMCE O MATEMATIKU, FYZIKU A INFORMATIKU

ROČNÍK 97 (2022) • ČÍSLO 4

Vydává Jednota českých matematiků a fyziků
tel.: 222 090 708-9, e-mail: jcmf@math.cas.cz
za podpory MFF UK Praha a FJFI ČVUT Praha



Vycházejí 4 čísla v kalendářním roce

Obálku navrhl Bohuslav Šír

Sazbu programem $\text{\TeX}$ připravil RNDr. Miloslav Závodný

Adresa redakce: MFF UK, V Holešovičkách 2, 182 00 Praha 8–Troja
e-mail: rozhledy@jcmf.cz

Internetové stránky časopisu: <https://rozhledy.jcmf.cz/>

Vytiskla Tiskárna Pohlline, Zálesí 1126/88, 142 00 Praha 4

Distribuci pro předplatitele provádí v zastoupení vydavatele

MediaCall, s. r. o.

Vídeňská 546/55, 639 00 Brno

tel.: +420 532 165 165, e-mail: export@mediacall.cz

web: www.zahranicnitisk.com

ISSN 0035-9343

MK ČR E4691

© Jednota českých matematiků a fyziků, Praha 2022

Redakční rada

Vedoucí redaktorka:

RNDr. Marie Snětinová, Ph.D., MFF UK Praha

Redaktorka pro matematiku:

doc. Ing. Ľubomíra Dvořáková, Ph.D., FJFI ČVUT Praha

Redaktor pro fyziku:

doc. RNDr. Mgr. Vojtěch Žák, Ph.D., MFF UK Praha

Členové redakční rady:

prof. RNDr. Vlastimil Dlab, DrSc., F.R.S.C.

doc. RNDr. Zdeněk Drozd, Ph.D., MFF UK Praha

RNDr. Petr Hanuš, FSv ČVUT Praha

doc. RNDr. Jaroslav Hora, CSc., FPE ZČU Plzeň

prof. RNDr. Ivo Kraus, DrSc., FJFI ČVUT Praha

doc. RNDr. Jan Kříž, Ph.D., PřF UHK Hradec Králové

prof. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D., FAV ZČU Plzeň

RNDr. Pavel Pokorný, Ph.D., VŠCHT Praha

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D., PdF ZČU Plzeň

Mgr. Matěj Ryston, Ph.D., MFF UK Praha

doc. RNDr. Jan Šlégr, Ph.D., PřF UHK Hradec Králové

prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc., PedF JU České Budějovice

doc. RNDr. Pavel Töpfer, CSc., MFF UK Praha

prof. Ing. Bohumil Vybíral, CSc., PřF UHK Hradec Králové

RNDr. Vladimír Wagner, CSc., ÚJF AV ČR Řež

Křivka pronásledování, víry a vnořené n -úhelníky

Luděk Spíchal, Česká lesnická akademie, Trutnov

V klasické podobě je křivka pronásledování obvykle popisována jako situace, kde jeden pohybující se objekt (zajíc) je sledován jiným objektem (psem) tak, že pes běží z boku rychlostí větší než zajíc a v každém okamžiku směřuje k zajíci.

Historické pozadí uvažovaného problému je velmi zajímavé, neboť někteří z autorů zabývajících se historií zkoumání křivky pronásledování hledají počátky této problematiky již u antických matematiků a zmiňují Zenonovo řešení klasické úlohy Achilles a želva.¹⁾ Připomínají rovněž práci renesančního velikána vědy i umění Leonarda da Vinciho (1452–1519), který se jako jeden z prvních zabýval nejjednodušší variantou křivky pronásledování. V této variantě je úkolem najít křivku, po které se plavidlo pohybuje při pronásledování jiného plavidla, které uniká po přímce, za předpokladu, že rychlosti obou plavidel jsou konstantní [2]. K řešení daného i dalších obdobných problémů jsou využívány diferenciální rovnice. Prvním, kdo podal obecné řešení problému křivky pronásledování, byl francouzský geofyzik, astronom a matematik Pierre Bouguer (1698–1758). Na práci P. Bouguera navázala později řada dalších, jako například britský matematik a filosof George Boole (1815–1864), který mimo jiné jako první použil označení *křivka pronásledování*, americký matematik Arthur Stafford Hathaway (1855–1934) a jiní, kteří se zabývali různými variantami křivky pronásledování [1].

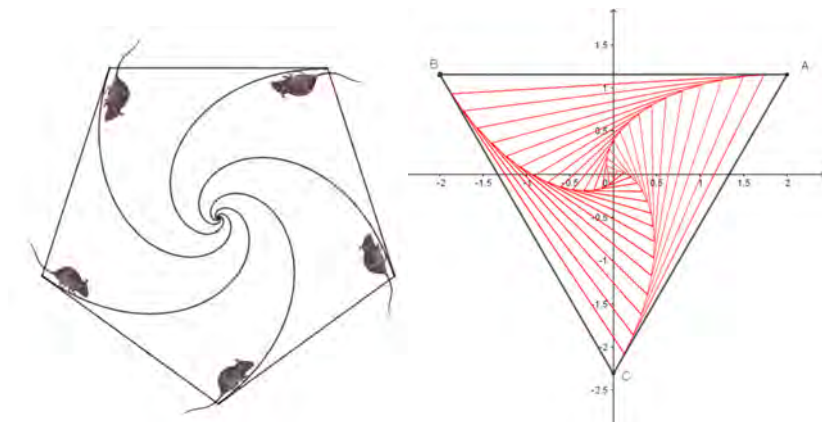
Záměrem článku není ovšem zkoumání různých variant zmíněného problému (např. Bouguerova úloha modelující situaci pronásledování obchodní lodi piráty; Hathawayova úloha modelující situaci, kdy se pronásledovaný pohybuje po kružnici, či různé varianty únikových strategií), neboť tyto jsou v dostupné literatuře již rozřešeny, např. [4]. Pozornost bude upřena na problematiku tzv. vírů (whirls), které představují aproximaci křivek pronásledování v mnohoúhelníku. Sledovat budeme možnosti využití nástrojů středoškolské matematiky (zejména analytické geometrie) pro řešení některých úloh souvisejících se zmíněnými útvary, přičemž

¹⁾ Zénón z Eleje (cca 490 př. n. l. – cca 430 př. n. l.) byl předsókratovský řecký filosof.

kromě úloh řešených bude část úloh ponechána k řešení rovněž čtenáři. Řešení těchto úloh je uvedeno na konci článku.

1. Křivka pronásledování a víry

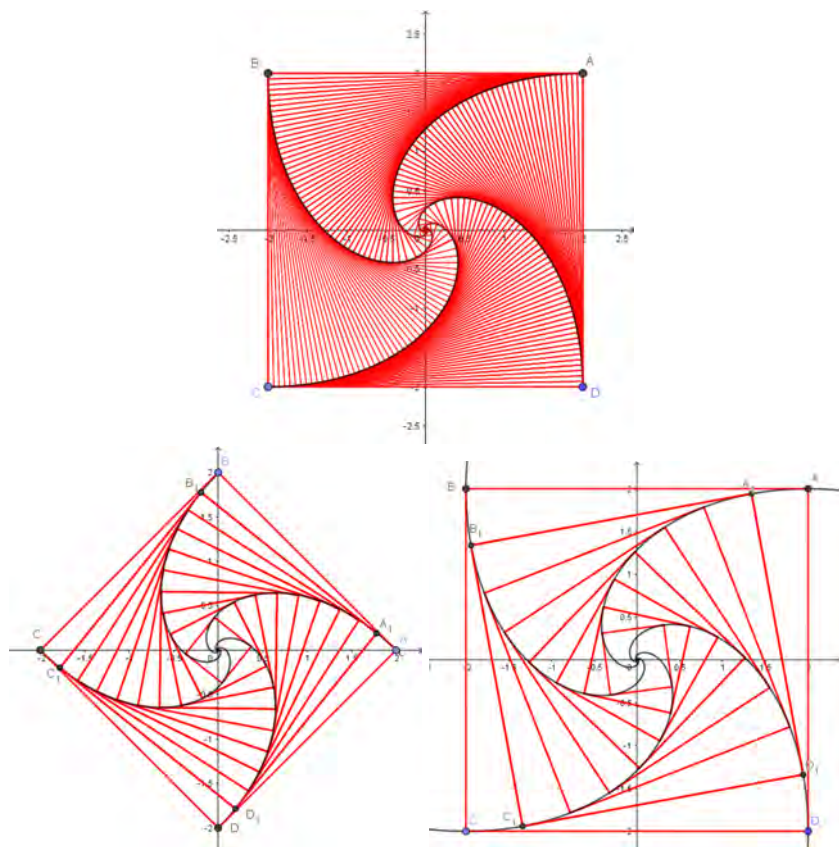
V literatuře se jako jeden z příkladů křivky pronásledování uvádí *myší problém*, kde do každého rohu pravidelného n -úhelníku umístíme myš. V jeden okamžik se začnou myši pohybovat stejnou rychlostí tak, že každá směřuje k nejbližší sousední myši (po směru nebo proti směru hodinových ručiček) po nejkratší možné dráze. Výsledná trajektorie pohybu každé jednotlivé myši má tvar logaritmické spirály (obr. 1 vlevo), přičemž jednotlivé spirály se sbíhají ve středu n -úhelníku (*pól spirály*) [3, 5].²⁾



Obr. 1: Trajektorie pohybu myši v pravidelném pětiúhelníku (logaritmické spirály), víry v rovnostranném trojúhelníku

Víry lze chápat jako diskrétní aproximace *křivky pronásledování*, kdy nahrazují hladkou křivku lineárními úseky. Víry, kterými lze spirály aproximovat, vznikají postupným vpisováním posloupnosti n -úhelníků (zachovává se tvar), přičemž každý následující n -úhelník (dceřiný) je zmenšený a otočený o daný úhel relativně k předchozímu n -úhelníku (mateřskému). Vrcholy dceřiného n -úhelníku leží na stranách mateřského n -úhelníku (obr. 1 vpravo).

²⁾Také se objevují označení jako bugs problem, dogs problem, apod. Více např. <http://mathworld.wolfram.com/MiceProblem.html>



Obr. 2: Víry ve čtverci (nahore), vnořené čtverce (dole vlevo, dole vpravo)

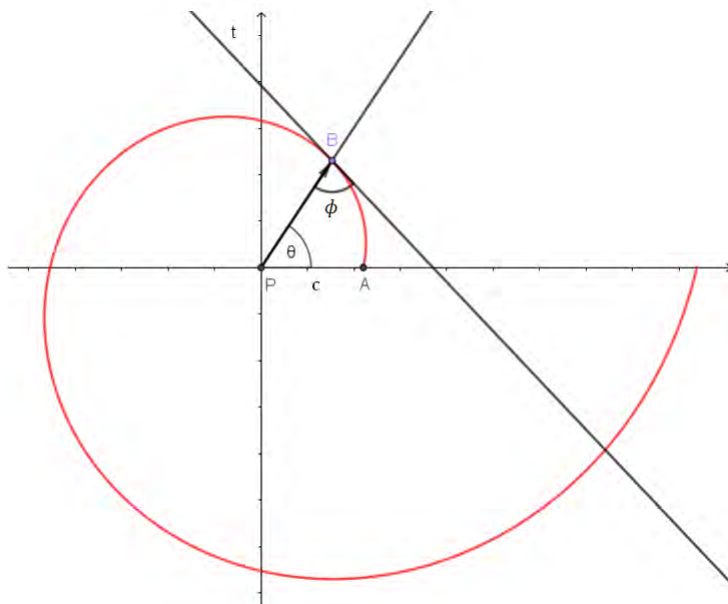
Logaritmická spirála je rovinná křivka určená rovnicí v polárních souřadnicích³⁾

$$\rho = ce^{b\theta}, \quad (1)$$

kde $b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Hodnota koeficientu c odpovídá volbě $\theta = 0$, pro neposunutou spirálu má tento bod souřadnice $[c, 0]$. Pro koeficient b platí, že $b = \cotg \phi$, kde ϕ je tečný úhel, který v daném bodě spirály svírá tečna spirály a polopřímka vycházející z pólu spirály (průvodič), přičemž

³⁾ Polární soustava souřadnic (polární souřadnice) je taková soustava souřadnic v rovině, u které jedna souřadnice (ρ) udává vzdálenost bodu od počátku souřadnic. Druhá souřadnice (θ) udává úhel spojnice tohoto bodu a počátku od osy x .

velikost úhlu nezávisí na volbě bodu (je konstantní, obr. 3). Pro $b < 0$ je logaritmická spirála pravotočivá, pro $b > 0$ je logaritmická spirála levotočivá.



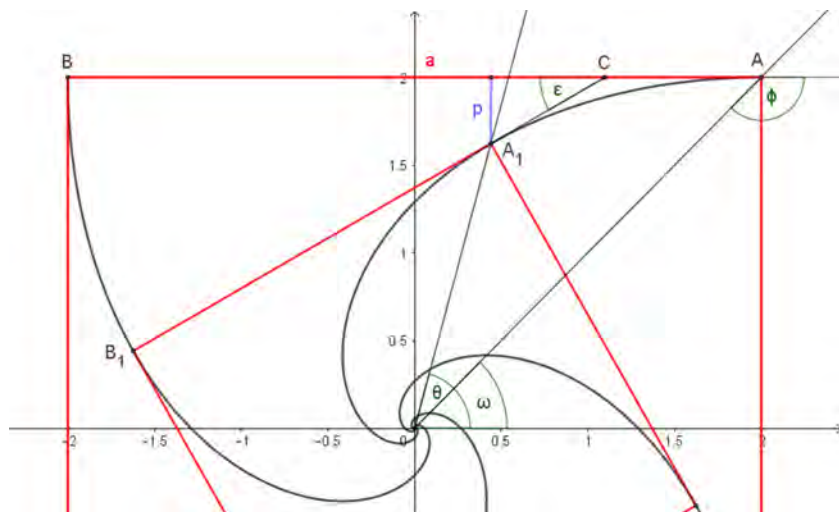
Obr. 3: Logaritmická spirála

Tečný úhel ϕ_n logaritmické spirály tvořící vír v n -úhelníku je konvexní úhel (obr. 4), který svírá průvodič procházející vrcholem n -úhelníku a odpovídající strana n -úhelníku (tečna spirály). Tečný úhel v pravidelném n -úhelníku ($n \geq 3$) lze jednoduše určit z podmínky

$$\phi_n = \frac{(n+2)\pi}{2n}. \quad (2)$$

Cvičení 1. Pro koeficient b v rovnici logaritmické spirály platí $b = \cotg \phi$. Ukažte, že vzhledem k rovnici (2) pro koeficient b logaritmické spirály procházející vrcholem pravidelného n -úhelníku rovněž platí

$$b = -\operatorname{tg}(\pi/n). \quad (3)$$



Obr. 4: Délka strany dceřiného čtverce

Poznámka 1. V dalších oddílech budeme zkoumat některé vlastnosti spirál tvořících víry v n -úhelnících a rovněž vlastnosti n -úhelníků, jejichž vpisováním vznikají diskrétní aproximace těchto spirál. Takto umístěné n -úhelníky budeme v dalších částech označovat jako *vnořené*. Pro výchozí (největší) n -úhelník budeme v článku používat označení *obvodový*.

2. Víry ve čtvercích

Vrcholy vnořených čtverců leží na ramenech čtyř logaritmických spirál (obr. 2), které mají konstantní tečný úhel, tj. stejnou hodnotu koeficientu b v rovnici (1).

Cvičení 2. Určete velikost tečného úhlu (ϕ_n) a hodnotu koeficientu b spirál procházejících vrcholy čtverce.

Rovnice jednotlivých spirál se liší hodnotou koeficientu c , který určuje pro volbu $\theta = 0$ místo, od kterého se spirála začíná vykreslovat (*počátek spirály*).

Příklad 1. Určeme hodnotu koeficientu c v rovnicích spirál procházejících vrcholy čtverce.

Řešení. Na příkladu vnořených čtverců z obrázku 4 lze ukázat, že hodnota koeficientu c závisí na délce strany a obvodového n -úhelníku, počtu vrcholů n -úhelníku a poloze vrcholů. Jestliže z rovnice (1) vyjádříme koeficient c a použijeme řešení cvičení (2), pak dostáváme

$$c = \rho e^{\theta}.$$

Dále dosadíme za $\rho = a\sqrt{2}/2$ (vzdálenost vrcholu čtverce od počátku) a $\theta = \omega + (k-1)\pi/2$, kde ω je odchylka (radiány) přímky procházející počátkem a vrcholem A od kladné poloosy x a $k \in \{1, 2, 3, 4\}$ je očíslování vrcholů obvodového čtverce v kladném smyslu (počínaje I. kvadrantem) a dostáváme

$$c = \frac{a\sqrt{2}}{2} e^{\omega + (k-1)\pi/2}. \quad (4)$$

Příklad 2. Určeme délku strany $|A_1 B_1|$ dceřiného čtverce, jestliže vzdálenost vrcholu A_1 jistého dceřiného čtverce od strany AB ($|AB| = a$, obr. 4) obvodového čtverce je rovna hodnotě p .

Řešení. Podle situace znázorněné na obrázku 4 má vrchol A_1 dceřiného čtverce souřadnice

$$A_1 \left[\frac{a-2p}{2} \cotg \theta, \frac{a-2p}{2} \right],$$

vrchol B_1 otočený o úhel $\frac{\pi}{2}$ v kladném smyslu souřadnice

$$B_1 \left[-\frac{a-2p}{2}, \frac{a-2p}{2} \cotg \theta \right].$$

Pro délku strany $A_1 B_1$ dceřiného čtverce platí

$$|A_1 B_1| = \sqrt{\left(\frac{a-2p}{2} \cotg \theta + \frac{a-2p}{2} \right)^2 + \left(\frac{a-2p}{2} - \frac{a-2p}{2} \cotg \theta \right)^2},$$

po úpravě a zjednodušení

$$|A_1 B_1| = \frac{a-2p}{\sqrt{2} \sin \theta}. \quad (5)$$

Příklad 3. Ukažme, že pro délku strany $A_1 B_1$ dceřiného čtverce rovněž platí

$$|A_1 B_1| = a e^{\pi/4 - \theta}. \quad (6)$$

Řešení. Podle řešení cvičení (2) je hodnota koeficientu $b = -1$ a rovnice logaritmické spirály procházející vrcholem A_1 je

$$\rho = \frac{a\sqrt{2}}{2} e^{\pi/4-\theta}.$$

Jelikož pro úhel θ (obr. 4) platí

$$\sin \theta = \frac{\frac{a-2p}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} e^{\pi/4-\theta}} = \frac{a-2p}{a\sqrt{2} e^{\pi/4-\theta}}, \quad (7)$$

pak po dosazení do rovnice (6) a zjednodušení dostáváme

$$|A_1 B_1| = \frac{a-2p}{\sqrt{2} \sin \theta} = \frac{a-2p}{\sqrt{2} \frac{a-2p}{a\sqrt{2} e^{\pi/4-\theta}}} = a e^{\pi/4-\theta}.$$

Příklad 4. Určeme odchylku ε strany $A_1 B_1$ dceřiného čtverce od odpovídající strany AB obvodového čtverce jako funkci velikosti úhlu θ (obr. 4).

Řešení. Odchylku můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\cos \varepsilon = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|},$$

kde podle obr. 4 platí

$$\mathbf{u} = B - A = a(1;0), \quad \mathbf{v} = B_1 - A_1 = \frac{a-2p}{2}(1 + \cotg \theta; 1 - \cotg \theta).$$

Po dosazení

$$\cos \varepsilon = \frac{(1;0) \cdot (1 + \cotg \theta; 1 - \cotg \theta)}{|(1;0)| \cdot |(1 + \cotg \theta; 1 - \cotg \theta)|},$$

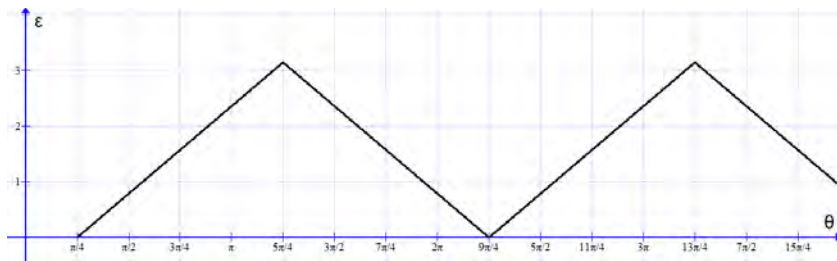
a zjednodušení dostáváme

$$\cos \varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \theta + \cos \theta).$$

Velikost úhlu ε vyjádříme pomocí funkce arkus kosinus

$$\varepsilon = \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \theta + \cos \theta) \right), \quad (8)$$

která je inverzní funkcí k funkci kosinus (obr. 5).



Obr. 5: Závislost velikosti odchylky ε strany dceřiného čtverce od odpovídající strany obvodového čtverce na velikosti úhlu θ ($\theta \geq \pi/4$)

Jednodušší variantou stanovení velikosti úhlu ε v případě, že známe odchylku θ vrcholu A_1 od kladné části osy x , je porovnání velikostí zmíněných úhlů. Z obr. 4 snadno zjistíme, že

$$\varepsilon = \theta - \pi/4,$$

kde strany mateřského a dceřiného čtverce svírají stejný úhel jako jejich úhlopříčky a dále

$$\sin \varepsilon = \sin(\theta - \pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \theta - \cos \theta),$$

a

$$\varepsilon = \arcsin \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \theta - \cos \theta) \right),$$

nebo

$$\cos \varepsilon = \cos(\theta - \pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \theta + \cos \theta),$$

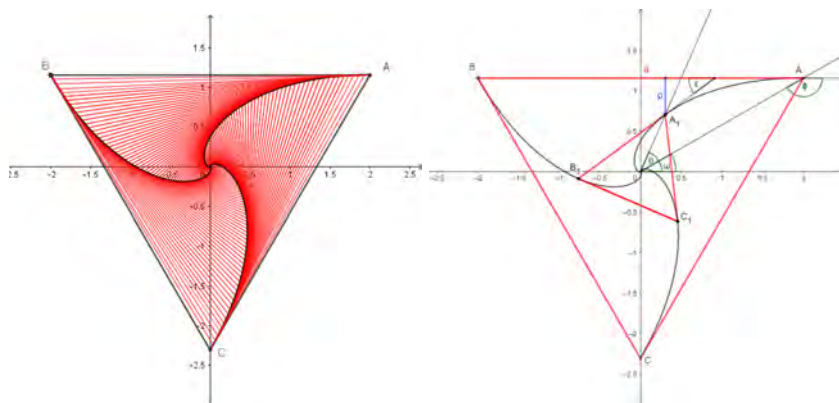
a

$$\varepsilon = \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \theta + \cos \theta) \right).$$

Cvičení 3. Vyjádřete z rovnice (7) vzdálenost p vrcholu A_1 strany dceřiného čtverce od odpovídající strany obvodového čtverce. Ve vhodném programu (např. Geogebra, Graph apod.) na grafech funkcí určených rovnicemi (7) a (8) ověřte, že maximální hodnota vzdálenosti p nastává pro $\theta = 5\pi/4$ (srovnejte rovněž s obr. 5).

3. Víry v rovnostranných trojúhelnících

Postupy použité v řešených úlohách z kapitoly o vnořených čtvercích si může čtenář ověřit na příkladu vnořených trojúhelníků, kterými budeme pro potřeby této kapitoly myslet rovnostranné trojúhelníky (se středem v počátku) s vrcholy obvodového trojúhelníku umístěnými tak, jak je patrné z obr. 6, tj. $A\left[\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}\right]$, $B\left[-\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}\right]$, $C\left[0, -\frac{a\sqrt{3}}{3}\right]$.



Obr. 6: Víry v rovnostranném trojúhelníku (vlevo), vnořený trojúhelník (vpravo)

Cvičení 4. Určete tečný úhel ϕ_n a hodnotu koeficientu b logaritmických spirál procházejících vrcholy rovnostranného trojúhelníku.

Cvičení 5. Určete hodnotu koeficientu c v rovnicích spirál procházejících vrcholy rovnostranného trojúhelníku.

Cvičení 6. Určete délku strany $|A_1B_1|$ dceřiného trojúhelníku, jestliže vzdálenost vrcholu A_1 jistého dceřiného trojúhelníku od strany AB ($|AB| = a$, obr. 6) obvodového trojúhelníku je rovna hodnotě p .

Cvičení 7. Určete odchylku ε strany A_1B_1 dceřiného trojúhelníku od odpovídající strany AB obvodového trojúhelníku jako funkci velikosti úhlu θ (obr. 6).

4. Závěr

Víry vznikající vpisováním pravidelných n -úhelníků bychom neměli vnímat pouze jako zajímavou zvláštnost. Pokud si dobře prohlédneme

obrázky vírů ve čtverci či trojúhelníku, pak lze uvažovat rovněž o zcela konkrétních variantách využití. Vzájemná vzdálenost a poloha jednotlivých vnořených n -úhelníků, délka a počet jejich stran, úhly sevřené stranami vnořených n -úhelníků, případně další polohové či metrické vlastnosti nabízí např. možnost tisku obrazců se specifickými optickými projevy [7].

Vířům podobné křivky lze získat rovněž postupem, který vychází z Gielisovy transformace logaritmické spirály (více viz [6]).

Článek se omezil na některé vlastnosti vírů v pravidelných n -úhelnících. V literatuře lze rovněž nalézt obdobné útvary vznikající v obecných n -úhelnících, např. [3].

5. Řešení

Cvičení 1

$$\begin{aligned} b &= \cotg \phi_n = \cotg \frac{(n+2)\pi}{2n} = \cotg(\pi/2 + \pi/n) = \frac{\cos(\pi/2 + \pi/n)}{\sin(\pi/2 + \pi/n)} = \\ &= \frac{\cos(\pi/2) \cos(\pi/n) - \sin(\pi/2) \sin(\pi/n)}{\sin(\pi/2) \cos(\pi/n) + \sin(\pi/n) \cos(\pi/2)} = -\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n)} = -\operatorname{tg}(\pi/n). \end{aligned}$$

Cvičení 2

Pro velikost tečného úhlu ϕ_n a hodnotu koeficientu b platí

$$\begin{aligned} \phi_4 &= \frac{3\pi}{4}, \\ b &= -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1. \end{aligned}$$

Cvičení 3

Pro vzdálenost p vrcholu A_1 strany dceřiného čtverce od odpovídající strany obvodového čtverce platí

$$p = \frac{a}{2} \left(1 - \sqrt{2} e^{\pi/4 - \theta} \sin \theta \right).$$

Poznamenejme, že maximum p bychom získali z derivace předchozí rovnice, tj.

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{a}{2} \sqrt{2} e^{\pi/4 - \theta} (\sin \theta - \cos \theta),$$

kde pro $\frac{d\theta}{dp} = 0$ dostáváme po zjednodušení

$$\operatorname{tg} \theta = 1,$$

a dále $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = 5\pi/4$. Maximum vzdálenosti p nastává pro $\theta = 5\pi/4$.

Cvičení 4

Pro velikost tečného úhlu ϕ_n a hodnotu koeficientu b platí

$$\phi_3 = \frac{5\pi}{6},$$

$$b = -\operatorname{tg}(\pi/3) = -\sqrt{3}.$$

Cvičení 5

Pro hodnotu koeficientu c platí

$$c = \frac{a\sqrt{3}}{3} e^{\sqrt{3}(\omega+2(k-1)\pi/3)}$$

kde a je délka strany obvodového trojúhelníku, $k = \{1, 2, 3\}$ je koeficient určující pořadí vrcholů trojúhelníku označených v kladném smyslu počínaje I. kvadrantem a ω odchylka polopřímky OA od kladné části osy x .

Cvičení 6

Délku strany vnořeného trojúhelníku pro zvolenou vzdálenost p vrcholu určíme jako délku strany $|A_1B_1|$ (obr. 6 vpravo). Vrchol A_1 vnořeného trojúhelníku má souřadnice

$$A_1 = \left[\frac{\sqrt{3}a - 6p}{6} \cotg \theta, \frac{\sqrt{3}a - 6p}{6} \right]$$

a vrchol B_1 otočený o úhel $\frac{2\pi}{3}$ v kladném smyslu souřadnice

$$B_1 = \left[\frac{(\sqrt{3}a - 6p) \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})}{6 \sin \theta}, \frac{(\sqrt{3}a - 6p) \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})}{6 \sin \theta} \right].$$

Pro délku strany A_1B_1 dceřiného trojúhelníku platí

$$|A_1B_1| = \frac{3a - 6p\sqrt{3}}{6 \sin \theta}.$$

Cvičení 7

Pro velikost úhlu ε platí

$$\varepsilon = \theta - \frac{\pi}{6},$$

a dále

$$\cos \varepsilon = \frac{1}{2}(\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta).$$

Velikost úhlu ε vyjádříme pomocí funkce arkus kosinus

$$\varepsilon = \arccos \left(\frac{1}{2}(\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta) \right).$$

Literatura

- [1] Barton, J. C., Eliezer, C. J.: On pursuit curves. *J. Austral. Math. Soc. Ser. B*, 41 (2000), s. 358–371.
- [2] Guha, A., Biswas, S. K.: On Leonardo da Vinci's cat and mouse problem. *Bulletin of Institute of Mathematics & Its Applications*, 30 (1994), s. 12–15.
- [3] Klamkin, M. S., Newman, D. J.: Cyclic Pursuit or “The Three Bugs Problems”. *The Am Math Monthly*, 78 (1971), s. 631–639.
- [4] Neugebauer, T.: *Úlohy o pronásledování: základní modely a jejich analýza*. Bakalářská práce, Fakulta strojního inženýrství. VUT Brno, Brno, 2021. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132690>.
- [5] Richardson, T. J.: Non-mutual captures in cyclic pursuit. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 31 (2001), s. 127–146.
- [6] Spíchal, L.: Gielisova transformace logaritmické spirály. *PMFA*, 65 (2020), s. 76–89.
- [7] Spíchal, L.: Kovové průměry a úhly v uspořádáních bodů na spirálách. *PMFA*, 66 (2021), s. 49–61.
- [8] <https://mathworld.wolfram.com/MiceProblem.html>

Game of SIM and Ramsey theory

Diana Bergerová, Praha

Abstract. Ramsey theory, to quote an American mathematician Theodore S. Motzkin, implies that complete disorder is impossible. We will demonstrate key concepts of Ramsey theory on the famous SIM pencil game.

The SIM pencil game was invented in 1969 by a mathematician at the Sandia Corporation laboratories, Gustavus Simmons, in Albuquerque, who described the game in *The Journal of Recreational Mathematics* [5]. In his note he says that one of his colleagues picked the name as short for SIMple SIMmons, and because the game **bears resemblance to**^{*} the familiar game of Nim [6]. Although Simmons was not the first to think of it (the idea actually occurred independently to a number of mathematicians), he was the first to publish it and to analyze it completely with a computer program.

Rules of the game:

1. Place six **vertices** in a hexagonal arrangement.
2. The first player has a red crayon, the second player has a blue crayon.
3. The first player draws a straight line between any two vertices.
4. The second player draws a straight line between any two vertices.
5. Players take turns drawing lines until one player has completed a triangle in which all sides are of his colour and loses the game.

This combinatorial game is a zero-sum perfect-information²⁾ game without chance moves³⁾, such as Chess or Checkers. The only possible outcomes are restricted to win-loss, loss-win, tie-tie, or draw-draw⁴⁾ (the

^{*}**Překlad slov, která jsou v textu vyznačena tučně, naleznete ve slovníčku pod článkem.**

²⁾A game has perfect information if each player is perfectly informed of all the events that have previously occurred; there is no bluffing for example.

³⁾A chance move is a situation in which transitions from state to state depend on other chance factors, such as the weather, earthquakes, or the stock market. These games involve no rolling of dice, hidden information, or bluffing.

⁴⁾Tie is an end position such as in a 3x3 tic-tac-toe, where no player wins, whereas draw is a dynamic tie: any position from which a player has a nonlosing move, but cannot force a win.

zero-sum property). In case of a game of SIM on six vertices, a game ending in tie-tie or draw-draw is also not possible, we will see in the rest of this article that it is a consequence of Ramsey theory.

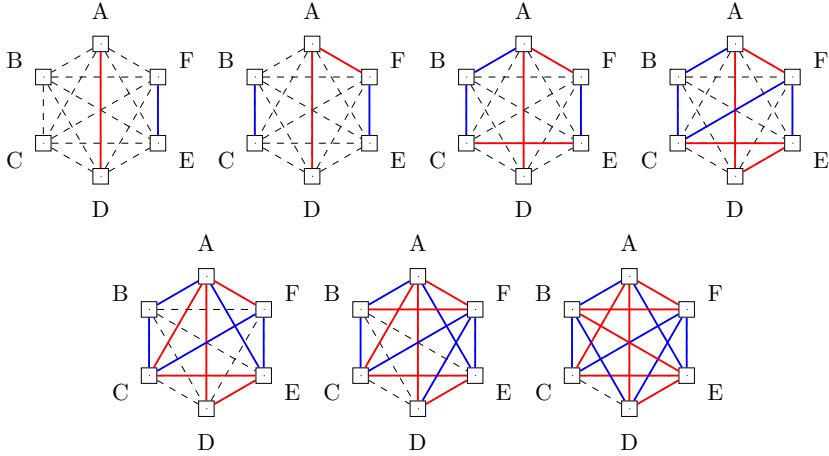


Fig. 1: A possible game of SIM where the red player loses

In his 1930 paper *On a Problem of Formal Logic* [4], Frank P. Ramsey introduced and proved both an infinite and finite version of what is now known as Ramsey's theorem. His interest was to solve what he called "one of the leading problems of mathematical logic", namely to determine whether a logic formula is true or false. The modern graph version of Ramsey's theorem follows.

Theorem 1 (Ramsey's theorem). *For all k, r there exists n such that for every k -colouring of the edges of the complete graph K_n , there is a subset of r vertices, where all edges connecting them are of the same colour.*

By graph (denoted $G = (V, E)$), we mean a non-empty set of vertices V connected by a set of edges E . A complete graph K_n is a graph where every pair of distinct vertices is connected via an edge, meaning it has

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n-1)}{2}$$

edges in total. If we colour all the edges with k colours, we get a k -colouring of a graph.

Ramsey theorem essentially asks: Can we always find a complete monochromatic subgraph of size r in a coloured K_n ? And if not, how many vertices must the initial graph have to find such a subgraph?

We would like to prove why in a game of SIM on six vertices a tie is impossible. Suppose a graph has six vertices. Let us take an **arbitrary** vertex, A . There are exactly five edges incident to A , of which, by the **pigeonhole principle**, at least three are of the same colour. Without loss of generality, we can assume the three edges are red and A is joined with C, D, E , respectively. See Fig. 2. In order to avoid creating a red monochromatic triangle, we colour edges $\{C, D\}$, $\{D, E\}$, $\{C, E\}$ blue, ergo creating a blue monochromatic triangle.

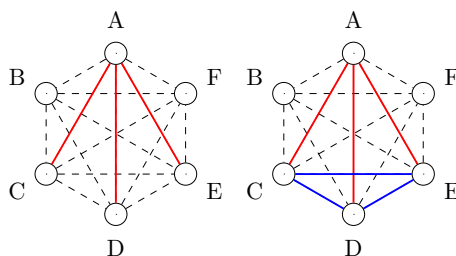


Fig. 2: Proof that a monochromatic triangle must always occur in a 2-coloured K_6

A game on six vertices determines a clear winner, but are we sure that six is the least number of vertices that avoids a tie? The 2-coloured complete graph in Fig. 3 serves as a counter-example, showing that five vertices are insufficient to guarantee a monochromatic triangle. Thus, six is the smallest number of vertices that cannot lead to a tie.

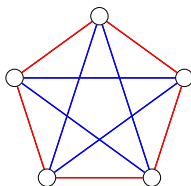


Fig. 3: A 2-coloured K_5 that does not contain any monochromatic triangles

Of course, SIM can be played on graphs with a number of vertices other than six. But how many vertices do we have to start with to guarantee that one of the players actually wins? For that we **coin the term**

Ramsey numbers. Ramsey number $R(r, b)$ is the smallest possible integer $R \in \mathbb{N}$ such that all red and blue coloured graphs on R vertices either contain a red monochromatic subgraph of size r or a blue monochromatic subgraph of size b .

Very little is known about these numbers:

$$R(3, 3) = 6, \quad R(4, 4) = 18,$$

but all we know about $R(5, 5)$ is that it lies between 43 and 48. As for $R(6, 6)$, we can only dream of the result. Even the **humble** fact that

$$R(4, 5) = 25$$

(thanks to McKay, Radziszowski, and their 1995 computer experiment) took a year or so to verify. Only very rough general lower and upper bounds on Ramsey numbers were established:

$$2^{\frac{k}{2}} < R(k, k) < \binom{2k-2}{k-1}.$$

For instance, if we want to play SIM where we avoid a complete subgraph on four vertices, the bounds give us 4 as the lower bound and 20 as the upper bound on the minimal number of vertices avoiding a tie. However, $R(4, 4)$ has been proven to be equal to 18, therefore all graphs with fewer vertices will allow a tie.

	$b = 3$	$b = 4$	$b = 5$	$b = 6$
$r = 3$	6	9	14	18
$r = 4$	9	18	25	35–41
$r = 5$	14	25	43–48	58–87

Tab. 1: A table of Ramsey numbers (or their bounds) for $r, b \leq 6$.

Paul Erdős, a famous Hungarian mathematician [2], developed and popularized Ramsey theory significantly. Ramsey numbers were reformulated as the Party problem. $R(3, 3) = 6$ can be rephrased in the following way: Six is the least number of guests at a party to guarantee that at least three of them are **mutual** friends (they have already met before the party) or at least three of them are mutual strangers (they have not met before the party). To illustrate how difficult it is to determine $R(6, 6)$, Erdős **fondly** told an anecdote about an alien invasion.

Aliens invade Earth and get ready to destroy the humankind—unless we can correctly answer their question. If the aliens ask us what is the least number of people at a party to guarantee that five of them are either mutual friends or mutual strangers, we should gather all mathematicians and try to test every possibility via brute force. If the aliens ask for six friends or strangers, it would be easier to prepare for a war than to even attempt to calculate it.

Concepts from Ramsey theory that we used on graphs can be applied on other mathematical structures. One of those structures are number sequences, which evolved into a stand-alone theorem called Van der Waerden's theorem (named after the Dutch mathematician Bartel L. van der Waerden). Here is a little puzzle for the reader to introduce van der Waerden's theorem.

Problem 1. Find the smallest number N , for which applies that in a sequence $1, 2, 3, \dots, N$ for any 2-colouring an arithmetic progression of three terms could be found.

People have continued to work on Ramsey theory for over a century (see [1] for other **comprehensible** problems from this field): from van der Waerden and Ramsey in the 1920s, to Erdős and the Anonymous group in the 1930s, to Greenwood and Gleason and their 1955 proof of $R(4, 4)$, and to decades of work done by Radzikowski and Graham that has continued into the 21st century. This demonstrates a strong commitment to continuously produce new discoveries, which is **bolstered** by real-world applications of Ramsey theory—finding patterns in randomness quickly and efficiently is one of the most popular research topics in computer science nowadays.

It could even provide insight into P vs. NP problems, such as the Traveling Salesman Problem. The Traveling Salesman Problem asks, given a list of cities and the distance between the cities, what is the shortest route that visits each city only once and returns back to the original city. These problems seek to identify how “difficult” a problem is to solve with a computer, and have challenged researchers for several decades. The Traveling Salesman problem itself has many applications in fields other than mathematics, such as studying DNA sequences, building modern microchips, or general planning. The more that is known about Ramsey theory the more tools we have to identify the complexity of such problems.

References

- [1] Balková, L., Hrušková, A., Matúš, J., Schusser, J., Šubert, E., Töpfer, M.: Ramseyova teorie aneb příklady, které jsou pro počítač příliš složité. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, 87 (2012), 4, pp. 8–15.
- [2] Balková, L., Erdős, P.: Život v citátech. *Učitel matematiky*, 19 (2011), 4, pp. 227–237.
- [3] Gardner, M.: *Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman, New York, 1986.
- [4] Ramsey, F. P.: On a Problem of Formal Logic. *Proc. London Math. Soc.*, 30 (1930), 4, pp. 264–286.
- [5] Simmons, G. J.: The Game of SIM. *J. Recreational Mathematics*, 2 (1969), 2, pp. 66–66.
- [6] Vopravil, V.: Hry Nim. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, 95 (2020), 2, pp. 16–31.

Slovníček: Game of SIM and Ramsey theory

arbitrary = libovolný

to bear resemblance to = podobat se

to bolster = podpořit

to coin the term = zavést termín

comprehensible = srozumitelný, pochopitelný

fondly = s oblibou

humble = skromný, pokorný

mutual = společný, vzájemný

pigeonhole principle = přihrádkový princip, princip holubníku

vertex (pl. vertices) = vrchol

Elipsa, dcéra z rodiny kužeľosečiek

Viera Čerňanová, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity, Trnava

Prvá predstava dieťaťa o elipse je zvyčajne intuitívna. Elipsa je preň zaoblený útvar. Dieťa totiž rozumie pod elipsou nielen obvodovú čiaru, ale celý útvar ohraničený touto čiarou. Zo všetkých útvarov, ktoré dieťa pozná, mu elipsa najviac pripomína kruh, avšak sploštený. Na druhom stupni základnej školy si žiak osvojí pojem *kružnica* ako množina bodov, ktoré majú rovnakú vzdialenosť od toho istého bodu, stredu. Toto je vhodným východiskom pre zavedenie pojmu *elipsa*.

Dva kolíky, špagát a krieda

Pripomeňme si známy príbeh o gazdovi a jeho koze.

1. Gazda zatlačie na trávniku do zeme kolík. K tomuto kolíku priviaže jeden koniec retiazky. Druhý koniec pripevní k obojku, ktorý má koza okolo krku. Trávnik je rozsiahly a retiazka pomerne krátka, takže koza sa nedostane až po okraj trávniku. Znalci vedia, že koza je ideálna bio-kosačka: spasie všetku trávu, ktorú má v dosahu. Aký útvar vypasie?
2. Tentokrát gazda zatlačie do zeme dva kolíky. Retiazku prevlečie cez očko na obojku, ktorý má koza okolo krku. Ku každému kolíku pripevní jeden koniec retiazky. Tá je taká dlhá, že spája kolíky a pritom nie je napnutá. Napriek tomu, že je retiazka dlhá, koza sa ani teraz nedostane za okraj trávniku. Stále však má rovnaký apetít – spasie všetku trávu, na ktorú dosiahne. Aký útvar koza vypasie?



Obr. 1: Koza na lúke

Obvodová čiara v prvom prípade je kružnica, vypasený útvar kruh. V druhom prípade je obvodová čiara vypaseneho útvaru elipsa. Na matematickom krúžku alebo na hodine matematiky je veľkou zábavou simulovať túto situáciu kreslením obvodovej čiary na tabuľu alebo na zem. Zamerajme sa na elipsu.

Potrebuje priradiť dlhý špagát, dva kolíky (prsty dvoch žiakov), z ktorých každý pevne pridrža jeden koniec špagátu na tabuli, kriedu alebo fixku. Tretí žiak sa pomocou špagátu a kriedy/fixky snaží nakresliť čo najpresnejšiu čiaru ohraničujúcu územie, ktoré koza dokáže vypásť. Táto aktivita zdanlivo zaberie zbytočne veľa času, z vlastnej skúsenosti však môžeme potvrdiť, že ju žiaci ocenia: atmosféra je uvoľnená, sociálne väzby sa posilnia, krása matematiky opäť raz vynikne. Žiaci samostatne objavajú, že útvar je súmerný podľa dvoch kolmých priamok: tej, ktorá prechádza dvomi pevnými bodmi, a podľa osi úsečky ohraničenej práve týmito bodmi. Je teda súmerná aj podľa stredu tejto úsečky. Vďaka vlastnej aktivite a pozorovaniu si žiaci osvoja príslušnú ohniskovú definíciu elipsy a niektoré vlastnosti lepšie, než keby im ich učiteľ predložil ako hotový fakt.

Definícia 1. Elipsa je množina bodov v rovine, ktoré majú rovnaký súčet vzdialeností od dvoch pevných bodov ležiacich v tej istej rovine.

Dva pevné body, čiže kolíky v príbehu o koze, voláme *ohniská*. Prirodzene, súčet vzdialeností uvedený v definícii je väčší, než vzdialenosť ohnísk. Keď ohniská približujeme k sebe, elipsa sa svojím vzhľadom stále viac zaokrúhľuje a podobá sa kružnici. Akonáhle sa ohniská spoja do jedného bodu, skutočne dostaneme kružnicu. Kružnicu by sme teda mohli považovať za špeciálny prípad elipsy. To sa aj zvykne robiť, ak v príslušnej situácii nepotrebujeme vlastnosti elipsy, ktoré kružnica nemá, alebo naopak.

Nájdeme elipsu aj inde?

Elipsa je mimoriadne zaujímavý a užitočný objekt s dlhou históriou. V online encyklopédii Wikipédia sú jej venované články v mnohých jazykoch. Francúzska a anglická verzia, z ktorých sme čiastočne čerpali, sú obzvlášť bohaté na informácie.

Rotáciou elipsy okolo osi súmernosti prechádzajúcej ohniskami dostaneme rotačný elipsoid. Každá rovina obsahujúca túto os sa s ním pretína v elipse totožnej s pôvodnou elipsou. Všetky tieto elipsy majú spoločné ohniská, ktoré sú zároveň ohniskami elipsoidu. Preto nasledujúca *odrazová vlastnosť elipsy* platí aj v elipsoide:

Vlastnosť 1. *Lúč vychádzajúci z jedného ohniska sa odrazí od elipsy a vráti sa do druhého.*

Odrazová vlastnosť elipsy má uplatnenie v optike: svetlo žiarovky umiestnenej v jednom ohnisku eliptického zrkadla sa šíri na všetky strany. Po odraze od povrchu zrkadla sa v druhom ohnisku kumuluje svetelný zväzok.

Podobne v akustike: zvuk vychádzajúci z jedného ohniska sa odráža naspäť dovnútra elipsy (elipsoidu) a kumuluje v druhom. Tým sa kompenzuje strata zvukovej energie spôsobená prekonanou vzdialenosťou. V dávnej minulosti (možno aj teraz?) občas cielene využili túto vlastnosť elipsy v architektúre a v stavebníctve. Niektoré stredoveké námestia boli lemované arkádami s eliptickými oblúkmi, prípadne mala časť klenby v niektorej miestnosti eliptický prierez. V takom prípade mohla osoba umiestnená v jednom z ohnísk poľahky odpočúvať rozhovor osôb v druhom ohnisku, a to aj vtedy, keď sa rozprávali pošecky.

Lúč môže byť nielen svetelný či zvukový, ale aj iného druhu. Ak by malo napríklad hokejové ihrisko eliptický tvar, potom by sa puk vystrelený priamočiaro z jedného ohniska odrazil od mantinelu a vletel by do druhého ohniska.

V medicíne sa využíva pri liečbe čoraz rozsiahlejšieho zoznamu ťažkostí tzv. rázová vlna, ako sa dočítame na portáli WikiSkripta.eu. Priblížme si jej princíp na terapii obličkových alebo žlčových kameňov prostredníctvom *litotripsie extrakorporálnou rázovou vlnou*. Tlakové vlny vysielané z jedného ohniska umiestneného mimo tela pacienta sa po odraze od eliptického zrkadla koncentrujú v druhom ohnisku lokalizovanom presne v problematickom mieste v tele. Ide o neinvazívnu metódu, pri ktorej dochádza k privedeniu tlakovej energie postačujúcej k narušeniu kamienka bez poškodenia tkaniva.

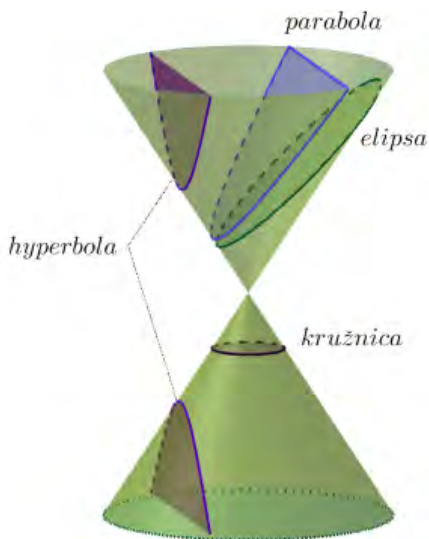
Vo svete, ktorý nás obklopuje, sa stretávame aj s elipsami, ktoré sú tu bez umelého zásahu človeka. Johannes Kepler (1571 - 1630) dokázal, že planéty obiehajú okolo Slnka po eliptických dráhach (trajektóriách), pričom Slnko sa nachádza v jednom z spoločných ohnísk. Toto tvrdenie je známe ako *prvý Keplerov zákon*.

Kužeľ a jeho rezanie

Elipsa patrí do rodiny rovinných kriviek, kužeľosečiek. Pozrime sa, s čím súvisí názov kužeľosečka.

Nekonečná rotačná kužeľová plocha rozpínajúca sa na obidve strany

a jej rezanie rovinami sú pomerne jednoduché na predstavu. Tento článok je venovaný elipse, ale bola by škoda neuviesť spoločnú definíciu pre všetky typy *regulárnych kužeľosečiek*, čiže takých, ktoré nie sú deformatované na bod, priamku alebo dvojicu priamok. Keď sa študenti stretnú s touto definíciou, už poznajú pojmy kružnica, elipsa, parabola, hyperbola, hoci v inom kontexte. Vďaka tomu dokážu samostatne rozhodnúť, ktorá kužeľosečka vznikne pri jednotlivých pozíciách rezovej roviny.



Obr. 2: Kužeľosečky

Definícia 2. Kužeľosečka je rovinná krivka, ktorá vznikne ako prienik rotačnej kužeľovej plochy s rovinou, ktorá neprechádza vrcholom plochy. Pritom:

- rovina kolmá na os kužeľovej plochy pretína plochu v kružnici,
- rovina rovnobežná s hranou kužeľovej plochy na nej vytína parabolu,
- rovina, ktorá pretína iba jednu časť kužeľovej plochy, nie je kolmá na jej os ani nie je rovnobežná s hranou, pretína plochu v elipse,
- pri ostatných polohách pretína rovina obidve časti kužeľovej plochy a prienikom je hyperbola.

Rozšírme si databázu poznatkov o tretiu, pre nás poslednú definíciu.

Ohnisko a riadiaca priamka

Tentokrát sa elipsa spolu s parabolou a hyperbolou vynoria z celkom odlišnej geometrickej situácie. Na rozdiel od zavedenia kužeľosečky ako prieniku kužeľovej plochy a roviny sa tento spôsob javí byť menej názorný, až umelý.

Definícia 3. Nech d je ľubovoľná priamka a F je bod, ktorý na nej neleží. Nech e je kladné číslo. Množina bodov roviny určenej priamkou d a bodom F , ktorých pomer vzdialeností od bodu F a od priamky d je e , je kužeľosečka. Pritom:

- ak $0 < e < 1$, kužeľosečka je elipsa,
- ak $e = 1$, je to parabola,
- $e > 1$, je to hyperbola.

Priamku d voláme *určujúca (riadiaca)* priamka kužeľosečky, bod F je jej *ohnisko*. Kužeľosečka s dvomi ohniskami má dve určujúce priamky, ku každému prislúcha jedna. Číslo e voláme *excentricita* (výstrednosť). Týmto spôsobom nie je možné definovať kružnicu.

Zastrešujúca analytická geometria

Po troch celkom odlišných definíciách elipsy zákonite prichádzajú filozofické otázky: *Sú tieto definície ekvivalentné? Ak áno, ako sa to dá dokázať názorným spôsobom? A kto na to vôbec prišiel?*

V súčasnej matematike poznáme silný nástroj, ktorým je analytická geometria. Pomocou vhodne zvolenej súradnicovej sústavy je možné pomerne jednoducho dokázať, že uvedené definície elipsy sú skutočne ekvivalentné, ba je možné sformulovať aj ďalšie s nimi ekvivalentné definície. Žiaľ, pri použití takéhoto prístupu je geometria potlačená algebrou, a tak nevynikne krása geometrických súvislostí. Preto sa nebudeme utiekať k analytickej geometrii, ale neskôr prinesieme geometrické prepojenie všetkých troch definícií elipsy, ktoré sme uviedli v tomto článku.

Podakovanie

Tento príspevok vznikol s podporou grantu 013TTU-4/2021.

Literatúra

- [1] Kepler, J.: *Astronomia nova*. Voegelin, Heidelberg, 1609.
- [2] Wells, D.: *The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Geometry*. 1st edition, Penguin Books, London, 1991.

Pravoúhlý trojúhelník v pravoúhlém trojúhelníku

Vlastimil Dlab, Bzí u Železného Brodu

Při výuce matematiky nesmíme zapomínat, že jeden ze základních rysů matematiky je způsobilost otázky zobecňovat a nezastavovat se u konkrétních případů. Obecné řešení je totiž často názornější, přináší hlubší porozumění a speciální případy vysvětluje. V přístupu k výuce matematiky bychom měli mít tento prvek stále na paměti. K objasnění tohoto procesu může posloužit úloha 269 a její řešení v časopisu Matematika–fyzika–informatika [1, Úloha 269] (v citaci jsme si dovolili označení bodů M a L zaměnit):

Úloha ([1, Úloha 269]): *Je dán pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník ABC , v němž K je střed jeho přepony AB . Uvažujme pravoúhlý trojúhelník KLM s pravým úhlem při vrcholu L , kde vrcholy L , M leží po řadě uvnitř odvěsen AC , BC . Sestrojte bod M tak, aby úsečka BM měla co nejmenší délku.*

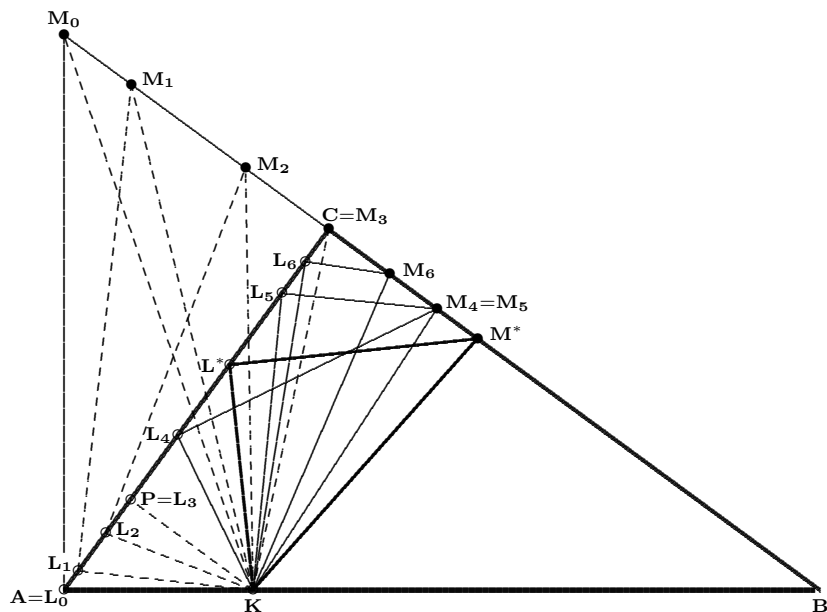
Úloha je velmi speciálním případem obecného problému, který můžeme formulovat takto:

Obecná úloha: *Uvažujme pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou AB . Na přímkce AB zvolme bod K . Popište množinu všech pravoúhlých trojúhelníků KLM s pravým úhlem při vrcholu L , kde bod L leží na přímkce CA a bod M na přímkce BC . Konstrukce trojúhelníku KLM definuje zobrazení bodů L přímky CA na body M přímky BC . Popište toto zobrazení jako funkci přiřazující orientované vzdálenosti bodu L od bodu A orientovanou vzdálenost bodu M od bodu B . Popište závislost této funkce na volbě bodu K na přímkce AB .*

Výše uvedené zobecnění poslouží čtenáři jako možná úloha k procvičení po prostudování článku. Abychom tento článek zpřístupnili co nejširšímu okruhu studentů, omezíme se na následující částečně zobecněný případ:

Naše úloha: *Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC , v němž bod K leží na přeponě AB . Uvažujme pravoúhlý trojúhelník KLM s pravým úhlem při vrcholu L , kde vrchol L leží na odvěsně CA a vrchol M na přímkce BC . Sestrojte bod M tak, aby úsečka BM měla co nejmenší délku.*

Nadále je tedy ABC pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami délky $a = |BC|$, $b = |CA|$ a přeponou délky $c = |AB|$. Trojúhelníku ABC je přiřazen pravoúhlý trojúhelník ABM_0 , kde M_0 je průsečík přímky BC a kolmice na přeponu AB vztyčené v bodě A (viz obr. 1).

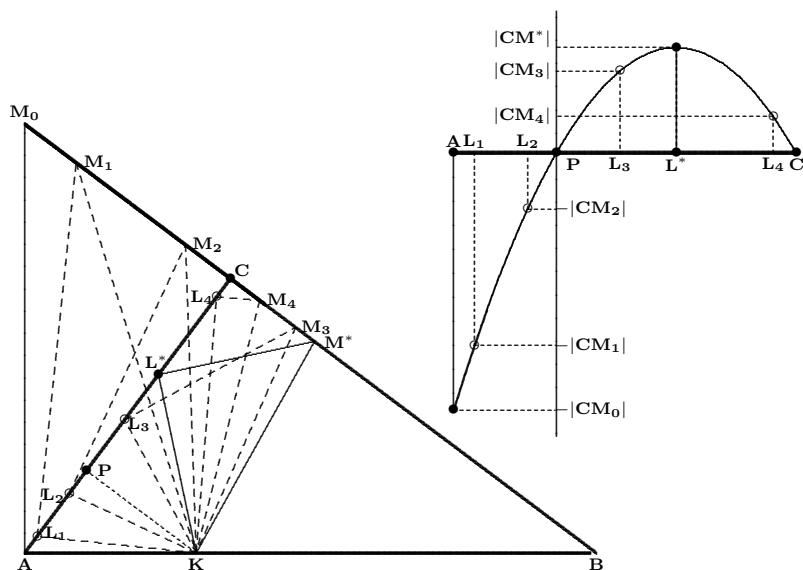


Obr. 1: ABC -přiřazené trojúhelníky KL_iM_i , $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Budeme studovat pravoúhlé trojúhelníky KLM přidružené k trojúhelníku ABC následujícím způsobem. Vrchol K je bodem přepony AB , $K \neq A$. Vrchol L leží na odvěsně CA , $L \neq C$. Vrchol M leží na přímce BC tak, že úhel KLM je pravý. Vrchol M tedy leží na polopřímce M_0B (viz obr. 1 a obr. 2). Abychom si ulehčili vyjadřování, budeme každý takový pravoúhlý trojúhelník KLM nazývat *ABC -přiřazený trojúhelník*. Na obr. 1 je takových trojúhelníků zobrazených osm: KL_iM_i pro $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ a KL^*M^* . Všimněme si, že $M_4 = M_5$ a že pravoúhlé trojúhelníky ACM , kde M je libovolný bod prodloužené odvěsny BC , $M \neq C$, nejsou ABC -přiřazené trojúhelníky. Podmínka $K \neq A$ zaručuje, že vrchol M je jednoznačně určen volbou vrcholů K a L . (Názornou představu může čtenář získat volbou poloh vrcholů K a L v [2].)

Označme P patu kolmice vedenou vrcholem K na odvěsnu CA . Dů-

ležitou roli bude v tomto článku hrát střed úsečky PC . Označme ho L^* , tedy $|PL^*| = |L^*C|$.



Obr. 2: Vrchol M je funkcí vrcholu L : Zobrazení AC na M_0M^*

Celý článek využívá důležitý pojem *podobnosti trojúhelníků*. Z podobnosti trojúhelníků ABC , AKP a M_0AC na obr. 1 plynou tyto vztahy, kde $x = |AK|$:

$$|AP| = \frac{bx}{c}, \quad |KP| = \frac{ax}{c}, \quad |AM_0| = \frac{bc}{a}, \quad |M_0C| = \frac{b^2}{a}. \quad (1)$$

Nechť KLM je ABC -přiřazený trojúhelník. Kromě označení délky úsečky AK písmenem x , označme $|AL| = y$ a $|CM| = z$. Následující tvrzení krok za krokem povedou k řešení naší úlohy. První tvrzení je pozorování, které si čtenář jistě sám ověří.

Tvrzení 1. Pro libovolnou volbu bodu $K \neq A$ na přeponě AB a bodu L na úsečce AP je vrchol M ABC -přiřazeného trojúhelníku KLM bodem úsečky M_0C . Tato konstrukce trojúhelníků KLM definuje vzájemně jednoznačné zobrazení (bijekci) bodů úsečky AP na body úsečky M_0C , které zachovává uspořádání.

Tvrzení 2. Pro každý ABC -přiřazený trojúhelník KLM s vrcholem L na úsečce AP platí

$$z = |CM| = \frac{(b-y)(bx-cy)}{ax}. \quad (2)$$

Pro pevně danou vzdálenost $x = |AK|$ je vzdálenost $z = |CM|$ kvadratickou funkcí f proměnné $y = |AL|$, $0 \leq y \leq \frac{bx}{c}$,

$$z = f(y) = \frac{c}{ax}y^2 - \frac{b(c+x)}{ax}y + \frac{b^2}{a}. \quad (3)$$

Platí, $f(0) = \frac{b^2}{a}$ a $f(\frac{bx}{c}) = 0$.

Důkaz. Užitím podobnosti trojúhelníků LKP a MLC dostaneme:

$$\begin{aligned} z = \frac{|LC| \cdot |LP|}{|KP|} &= \frac{|LC| \cdot (|AP| - |AL|)}{|KP|} = \\ &= \frac{(b-y)(\frac{bx}{c} - y)}{\frac{ax}{c}} = \frac{(b-y)(bx-cy)}{ax}, \end{aligned}$$

přičemž v předposlední rovnosti jsme využili vztahů (1). Úpravou vztahu už je snadné odvodit (3) a vypočítat hodnoty $f(0)$ a $f(\frac{bx}{c})$.

Následující tvrzení se týká případu, kdy bod L leží na úsečce PC , $L \neq C$. Zahrnují v sobě analogie tvrzení 1 a 2.

Tvrzení 3. Pro libovolnou volbu bodu $K \neq A$ na přeponě AB a bodu L na úsečce PC je vrchol M ABC -přiřazeného trojúhelníku KLM bodem úsečky CM^* , kde bod M^* leží na odvěsně BC ve vzdálenosti

$$z^* = |CM^*| = \frac{b^2(c-x)^2}{4acx} \quad (4)$$

od bodu C (viz obr. 1). Přitom

$$z = |CM| = \frac{(b-y)(cy-bx)}{ax} \quad (2')$$

a tato vzdálenost je tedy (při konstantním $x = |AK|$) dána kvadratickou funkcí

$$z = g(y) = -\frac{c}{ax}y^2 + \frac{b(c+x)}{ax}y - \frac{b^2}{a}. \quad (3')$$

Platí $g(\frac{bx}{c}) = g(b) = 0$. Proto funkce $g(y)$ nabývá ve středu L^* úsečky CP maxima a platí

$$y^* = |AL^*| = \frac{b(c+x)}{2c}. \quad (5)$$

Důkaz. Vztah (2') lze opět ověřit užitím podobnosti trojúhelníků LKP a MLC . Jeho úpravou pak získáme vztah (3'). Ověřit, že maximální vzdálenost bodů M ABC -přiřazených trojúhelníků KLM od vrcholu C je dána vztahem (4), můžeme úpravou vzorce pro funkci g :¹⁾

$$g(y) = -\frac{c}{ax} \left[\left(y - \frac{b(c+x)}{2c} \right)^2 - \frac{b^2(c-x)^2}{4c^2} \right].$$

Vidíme ihned, že tato funkce (jejímž grafem je parabola, viz obr. 2) nabývá maximální hodnotu vyjádřenou vztahem (4) pro y^* dané rovností (5).

Zde je důležité zdůraznit, že odvodit vzorec (4) lze též jednodušším způsobem, jak už naznačila poslední věta tvrzení 3. Každá kvadratická funkce má totiž extrémní hodnotu (maximální či minimální) v aritmetickém průměru dvou proměnných, v nichž nabývá stejnou hodnotu. Naše funkce nabývá hodnotu nula v případě, že $L = P$ nebo $L = C$, a maxima tedy ve středu L^* úsečky PC .

Jednou z přirozených otázek je nyní určit polohu bodu K tak, aby vrchol M^* příslušného extrémního ABC -přiřazeného trojúhelníku splynul s vrcholem B . Takový bod budeme značit K_B (a příslušné vrcholy L_B^* a M_B^*). Situace je zobrazena na obr. 3.

Tvrzení 4. *Nechť pro extrémní ABC -přiřazený trojúhelník KL^*M^* je $M^* = B$, tj. $K = K_B$, $L^* = L_B^*$ (viz obr. 3). Potom*

$$x_B = |AK_B| = \frac{c(c-a)^2}{b^2}$$

a

$$y_B^* = |AL_B^*| = \frac{b^2 + (c-a)^2}{2b}.$$

¹⁾Připomeňme, že doplnění výrazu $ry^2 + sy$ na čtverec $r(y + \frac{s}{2r})^2$ při vyšetřování kvadratické funkce používal již před více než tisíci lety ve své knize Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi (780-850).

Důkaz: Výraz pro x_B obdržíme dosazením $z^* = a$ ve vztahu (4) a využitím Pythagorovy věty $c^2 = a^2 + b^2$. Pro x_B dostaneme kvadratickou rovnici s kořeny

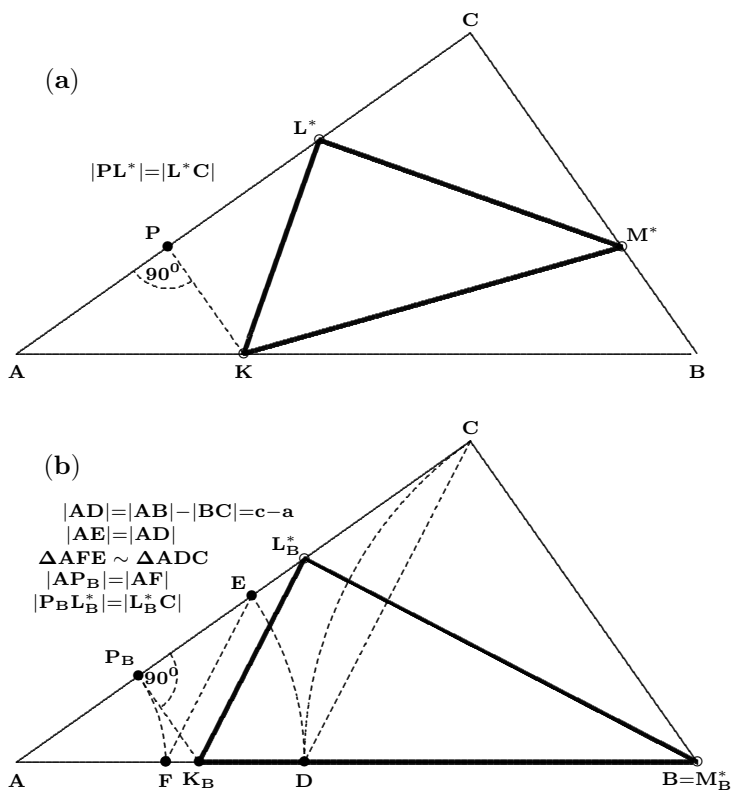
$$\frac{c(c \pm a)^2}{b^2},$$

z nichž pouze

$$x_B = \frac{c(c - a)^2}{b^2}$$

vyhovuje podmínce, že bod K_B leží na přepone AB .

Cvičení 1. Vysvětlete geometrickou konstrukci bodů M^* a K_B tak, jak je naznačena na obr. 3.



Obr. 3: Konstrukce ABC -přirazených trojúhelníků KL^*M^* a $KB L_B^* M_B^*$

Víme, že vrcholy M ABC -přiřazených trojúhelníků leží na polopřímce M_0B . Zopakujte si bližší určení polohy vrcholů M řešením následujícího cvičení.

Cvičení 2. Popište podmínky, které musí splňovat vrcholy K a L ABC -přiřazených trojúhelníků, aby bod M ležel

- (i) na úsečce M_0C ,
- (ii) na úsečce CB ,
- (iii) mimo úsečku M_0B .

Odpovědi na otázky (i) a (ii) si lze zkontrolovat, naleznete je v předchozím textu. V odpovědi na případ (iii) je K bodem úsečky AK_B , $K \neq A$, $K \neq K_B$ a odpovídající L leží na úsečce $L'L''$, přičemž

$$L' \neq L'', L \neq L', L \neq L''$$

a $KL'B$ a $KL''B$ jsou ABC -přiřazené trojúhelníky.

Na závěr připojme ještě malou poznámku týkající se zobrazení bodů přepony AB na body prodloužené odvěsny CB pomocí extrémních ABC -přiřazených trojúhelníků.

Jedná se o funkci

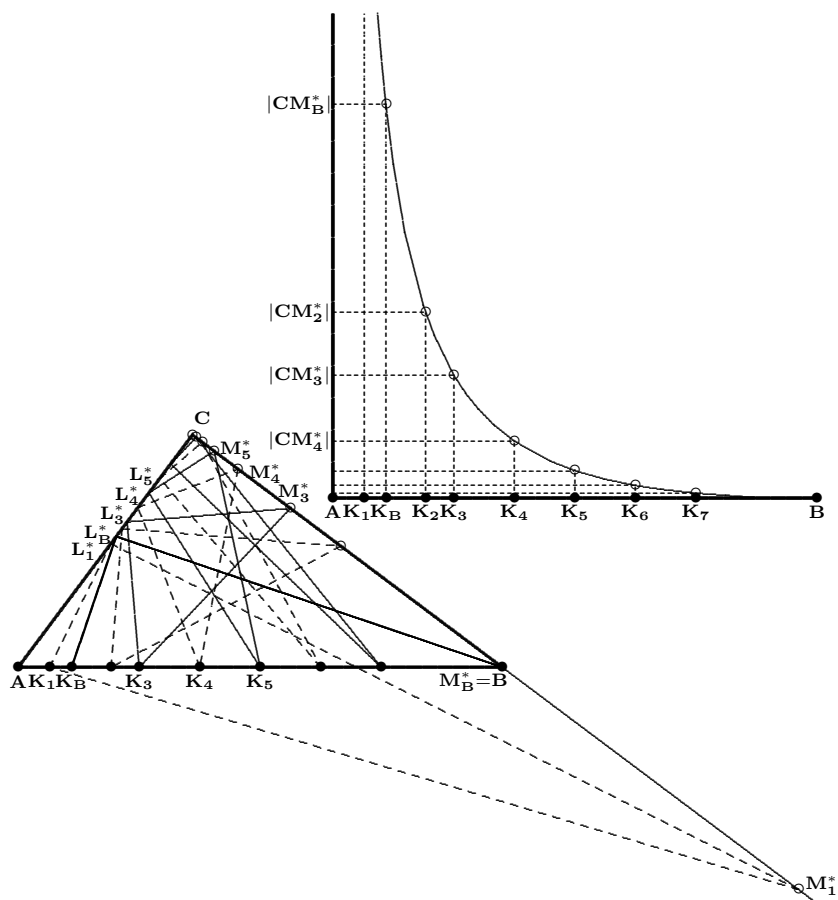
$$h(x) = \frac{b^2(c-x)^2}{4acx} \quad (\text{viz (4)})$$

vyjadřující vzdálenost $|CM^*|$ v závislosti na volbě $x = |AK|$. Jejím grafem je hyperbola, přičemž jedna ze souřadnicových os je její asymptotou a druhá její tečnou (viz obr. 4).

Čtenáři doporučujeme, aby se vrátil k obecné úloze zmíněné na začátku tohoto článku a zkusil ji vyřešit. Pomůckou může posloužit reference [3].

Poděkování.

Děkuji doc. Ing. Ľubomíře Dvořákové, Ph.D., za konečnou úpravu článku včetně jeho názvu.



Obr. 4: Zobrazení bodů přepony AB na body prodloužené odvěsny CB pomocí extrémních ABC -přirazených trojúhelníků

Literatura

- [1] Calábek, P.: Zajímavé matematické úlohy. *Matematika-fyzika-informatika*, 30 (2021), č. 4, s. 272–278.
- [2] <https://www.geogebra.org/m/eh6wpjbw>
- [3] <https://www.geogebra.org/m/ukm7swwq>

Hrátky s posloupnostmi celých čísel

V IQ testech či testech všeobecných studijních předpokladů se často požaduje logicky doplnit další člen číselné posloupnosti, která je zadaná pomocí pár prvních členů. Již mnohokrát jsme se setkali s dotazy žáků a studentů, zda je možné, že existuje více správných doplnění. Ukážeme, že z hlediska matematiky je úloha nesmyslná, protože každou danou konečnou posloupnost lze logicky rozšířit nekonečně mnoha způsoby.

Například posloupnost

$$a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 6, a_4 = 8, \dots \quad (1)$$

1. může pokračovat $a_5 = 1918$ (rok vzniku Československa) vzorcem

$$a_n = \frac{159}{2}n^4 - 795n^3 + \frac{5565}{2}n^2 - 3973n + 1908.$$

Toto číslo je vždy celé, o tom se přesvědčíme v další sekci tohoto příspěvku. Přesvědčte se, že $a_5 = 1918$.

2. Zvolíme-li

$$a_n = n^4 - 10n^3 + 35n^2 - 48n + 24,$$

máme zajištěno, že posloupnost je celočíselná, splňuje rovnosti (1) a $a_5 = 34$.

3. Předepíšeme-li si pátý člen libovolně celým číslem c , potom

$$a_n = \frac{c-10}{24}n^4 - \frac{5(c-10)}{12}n^3 + \frac{35(c-10)}{24}n^2 - \frac{25c-274}{12}n + c-10$$

je obecný člen celočíselné posloupnosti, která splňuje (1) a $a_5 = c$.

4. Pokud nejste zcela uspokojeni, předepište si celá čísla c a d a přesvědčte se, že

$$\begin{aligned} a_n = & \frac{d-5c+38}{120}n^5 - \frac{3d-16c+124}{24}n^4 + \frac{17d-95c+746}{24}n^3 - \\ & - \frac{45d-260c+2060}{24}n^2 + \frac{274d-1620c+13152}{120}n + 6c-d-48 \end{aligned}$$

je obecným členem posloupnosti splňující (1) a $a_5 = c$ a $a_6 = d$. To, že je tato posloupnost celočíselná, se dozvíme v další sekci.

Jsou pro vás tato fakta zajímavým překvapením? Pojďme si je vysvětlit.

Klíčem k hlubšímu porozumění struktury celočíselných posloupností, které jsme viděli na příkladech v předchozí sekci (a které nazýváme aritmetickými posloupnostmi vyššího řádu), jsou dva objekty: polynomy Φ_k , kde $k = 0, 1, 2, \dots$, definované rozšířením definice kombinačních čísel $\binom{n}{k}$ a diferenční trojúhelník definovaný využitím „difference“ polynomů.

Pro každé celé nezáporné číslo k definujme funkci Φ_k reálné proměnné x pomocí

$$\Phi_k(x) = \binom{x}{k} = \frac{x(x-1)(x-2) \cdots (x-k+2)(x-k+1)}{k(k-1)(k-2) \cdots 2 \cdot 1} \text{ pro } k \geq 1$$

a

$$\Phi_0(x) = \binom{x}{0} = 1.$$

Tyto polynomy (s racionálními koeficienty) mají v přirozených číslech n celočíselné hodnoty $\binom{n}{k}$, totiž počet k -prvkových podmnožin množiny, která má n prvků.

V předchozích příkladech byl obecný člen a_n dané posloupnosti vyjádřen výrazem, který lze přepsat v případech 1. až 4. postupně

$$\begin{aligned} &2\Phi_0(n-1) + 2\Phi_1(n-1) + 1908\Phi_4(n-1), \\ &2\Phi_0(n-1) + 2\Phi_1(n-1) + 24\Phi_4(n-1), \\ &2\Phi_0(n-1) + 2\Phi_1(n-1) + (c-10)\Phi_4(n-1), \\ &2\Phi_0(n-1) + 2\Phi_1(n-1) + (c-10)\Phi_4(n-1) + \\ &\quad + (b-5a+38)\Phi_5(n-1). \end{aligned} \tag{2}$$

Celočíselné polynomy, tj. polynomy s racionálními koeficienty, jež mají v celých číslech celočíselné hodnoty, vzbudily nebývalý zájem, když George Pólya, známý svou úspěšnou knížkou „How to solve it“ (v českém překladu „Jak to řešit?“), v roce 1915 popsál, že jsou vždy celočíselnými kombinacemi polynomů Φ_k . Tomuto tématu se budeme nyní věnovat. Celočíselné polynomy nám pak umožní nacházet celočíselné posloupnosti s předepsanými počátečními hodnotami. Když totiž chceme najít posloupnost a_n s předepsanými hodnotami v bodech $n = 1, 2, \dots, d$, pak stačí najít celočíselný polynom $P(x)$ s předepsanými hodnotami v bodech $x = 1, 2, \dots, d$ a položit $a_n := P(n)$ pro každé přirozené n .

Metoda, jak celočíselné polynomy obdržet, využívá operace, kterou budeme nazývat diferencí daného polynomu: Pro polynom $P(x) = P_1(x)$ definujeme

$$P_2(x) = P_1(x+1) - P_1(x)$$

a obecně

$$P_{n+1}(x) = P_n(x+1) - P_n(x) \text{ pro } n = 1, 2, \dots$$

Následující tabulka ilustruje tuto operaci pro polynom

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{59}{6}x + 9.$$

Připojená tabulka zároveň vyjadřuje hodnoty příslušných polynomů v celočíselných hodnotách 1, 2, 3, 4, 5.

polynom hodnota pro x = 1 x = 2 x = 3 x = 4 x = 5

$P(x) = P_1(x) =$ $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{59}{6}x + 9$					
$P_2(x) = P_1(x+1) - P_1(x) =$ $x^2 - 10$					
$P_3(x) = P_2(x+1) - P_2(x) =$ $2x + 1$					
$P_4(x) = P_3(x+1) - P_3(x) =$ 2					
$P_5(x) = P_4(x+1) - P_4(x) =$ 0					
	-1	-10	-16	-17	-11
	-9	-6	-1	6	15
	3	5	7	9	11
	2	2	2	2	2
	0	0	0	0	0

$$P(x) = -1 \binom{x-1}{0} - 9 \binom{x-1}{1} + 3 \binom{x-1}{2} + 2 \binom{x-1}{3}$$

Hodnoty v každém řádku jsou tedy rozdíly hodnot v řádku předcházejícím

-1	-10	-16	-17	-11	...
$-9 = -10 + 1$	$-6 = -16 + 10$	$-1 = -17 + 16$	$6 = -11 + 17$	15	...
$3 = -6 + 9$	$5 = -1 + 6$	$7 = 6 + 1$	$9 = 15 - 6$	11	...
$2 = 5 - 3$	$2 = 7 - 5$	$2 = 9 - 7$	$2 = 11 - 9$	2	...
$0 = 2 - 2$	$0 = 2 - 2$	$0 = 2 - 2$	$0 = 2 - 2$	0	...

a vyjádření $P(x)$ ve tvaru lineární kombinace polynomů $\binom{x-1}{0}$, $\binom{x-1}{1}$, $\binom{x-1}{2}$ a $\binom{x-1}{3}$ s celočíselnými koeficienty je určeno prvním sloupcem v tabulce. Výše uvedené tvrzení si v budoucnu v Rozhledech dokážeme, viz [4]. Matematicové vyjadřují Pólyovu větu slovy:

Množina $\{\Phi_k(x) \mid k \in \{0\} \cup \mathbb{N}\}$ je bází racionálního vektorového prostoru všech celočíselných polynomů.

Nyní už necháme na čtenáři, aby si pomocí výše uvedeného postupu odvodil tvar posloupností z úvodního příkladu a porovnal své výsledky s (2). Pro čtenáře, kteří jsou zvědaví, proč námi uvedený postup funguje, a nechtějí čekat na budoucí článek v Rozhledech, doporučujeme publikace [1, 2, 3].

Literatura

- [1] Dlab, V., Bečvář J., J.: *Od aritmetiky k abstraktní algebře*. 2. vydání, ČVUT, Praha, 2022.
- [2] Dlab, V.: Arithmetic progressions of higher order. *Teaching Math. and Comp. Science*, 9 (2011), s. 225–239. eng: https://www.academia.edu/51816941/Arithmetic_progressions_of_higher_order cz: <https://kdm.karlin.mff.cuni.cz//literatura/aritm-posl.pdf>
- [3] Dlab, V.: Aritmetické a geometrické posloupnosti, mnohočleny. Ani jeden matematický talent nazmar, JČMF, PdF UK Praha, Školské zařízení pro DVPP Královéhradeckého kraje, Hradec Králové, 2013.
- [4] Dlab, V.: Poznámky o kombinačních číslech, posloupnostech, především aritmetických, a polynomech. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, přijato.

Mionový urychlovač

Zdeněk Hubáček, FJFI ČVUT, Praha

Úvod

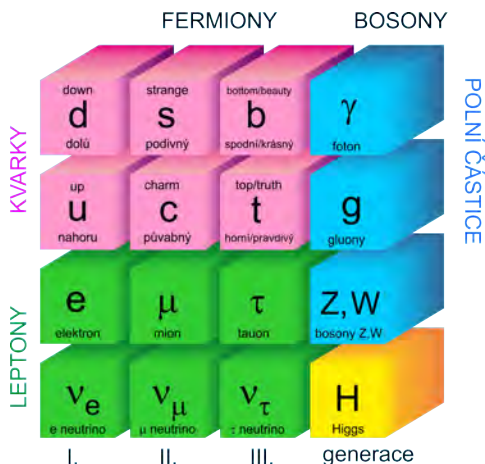
Urychlovače částic slouží v částicové fyzice k dodání kinetické energie a následnému srážení částic. Produkty vzniklé v těchto srážkách poskytují fundamentální informace o struktuře hmoty a o zákonitostech mikrosvěta. Velký hadronový urychlovač [1] (Large Hadron Collider (LHC)) v Evropské laboratoři pro částicovou fyziku CERN je největší vědecký přístroj, který byl kdy postaven. Ve srážkách částic na tomto urychlovači byl poprvé pozorován Higgsův boson, poslední chybějící elementární částice ve Standardním modelu, teorii popisující chování částic v mikrosvětě. V současnosti probíhají diskuze o tom, jaký urychlovač by ho měl v budoucnosti doplnit. Jednou z možných alternativ by mohl být urychlovač mionů, těžších sourozenců elektronů.

Je vůbec možné takový urychlovač zkonstruovat? V následujícím textu popíšeme miony, urychlovače částic a probereme výhody a nevýhody potenciálního urychlovače mionů.

Mion

Mion je jednou z elementárních částic, které známe. Elementární částice obecně dělíme podle jejich vlastností. Základními stavebními kameny hmoty jsou leptony a kvarky, které nazýváme fermiony, tj. částice s poločíselným spinem (např. $1/2$). Fermiony se navzájem ovlivňují pomocí 4 druhů interakcí, gravitační, elektromagnetickou, slabou a silnou jadernou. Tyto síly jsou zprostředkovány výměnou interakčních částic, tzv. bosonů, částic s celočíselným spinem (foton pro elektromagnetickou, bosony W a Z pro slabou jadernou a gluony pro silnou jadernou interakci, viz. obr. 1). Gravitační interakci nebudeme na úrovni elementárních částic uvažovat. Kvarky, jediné elementární fermiony, které interagují silně, spolu dohromady mohou vytvořit mezony (pár kvark–antikvark) nebo hadrony (z trojice kvarků, sem patří například proton a neutron). Mezi leptony (které interagují elektromagneticky nebo slabě) patří elektron, právě mion, τ -lepton a ke každému jeho neutrino. Mion je tedy něco jako těžší sourozenec elektronu – ve většině ohledů se chová úplně

stejně jako elektron, jen jeho hmotnost je zhruba 200krát větší. Díky své podobnosti může mion například nahradit elektron v atomovém obalu. Kvůli své hmotnosti takový mion obíhá blíže atomovému jádru (v kvantově mechanickém popisu přesněji řekneme, že pravděpodobnost jeho výskytu v blízkosti jádra je vyšší) a tím pádem i tyto „exotické“ atomy mohou mít i jiné chemické vlastnosti. Například exotický atom odvozený od normálního atomu helia ${}^4\text{He}$ (kde 4 udává hmotnostní číslo – 2 protony a 2 neutrony, protože hmotnost elektronů vůči nim je zanedbatelná) by mohl být vtipně přejmenován na ${}^{4,1}\text{He}$.



Obrázek 1: Částice Standardního modelu, převzato z [2]

Mion byl objeven v roce 1936 Carlem D. Andersonem a Sethem Nedermeyerem při zkoumání kosmického záření dopadajícího z vesmíru na Zemi. Při průchodu částic magnetickým polem pozorovali dráhy částic zakřivené jinak, než by odpovídalo v té době známým částicím. Poloměr zakřivení dráhy v magnetickém poli je závislý na elektrickém náboji částice a její hmotnosti. Za předpokladu, že by tato nově pozorovaná částice měla stejný elektrický náboj jako elektron, by její hmotnost musela být výrazně větší než hmotnost elektronu, ale zároveň o dost menší než hmotnost protonu. Její původní název byl mesotron – ve smyslu střední. Zároveň v té době existoval první model silné interakce mezi protony a neutrony. V tomto modelu Hideki Yukawa předpokládal, že tato interakce je zprostředkována částicí, kterou nazval mezon a jejíž hmotnost by zhruba odpovídala tomuto nově pozorovanému mesotronu. Postupně se

ale zjistilo, že tento mesotron nemá správnou hmotnost a jde tedy o dvě různé částice. Yukawův mezon byl pojmenován jako mezon π (pion) a mesotron jako mezon μ (mí, anglicky mu). A jelikož se přišlo na to, že mezon μ ani neinteraguje silně a nejde proto o mezon, byl nakonec přejmenován na mion (anglicky muon).

Mion je tedy lepton, elementární částice, která nemá vnitřní strukturu. Stejně jako elektron interaguje elektromagneticky a slabě, na rozdíl od něj ale nejde o stabilní částici. Mion se rozpadá, pomocí slabé interakce, jeho střední doba života je $2,2 \mu\text{s} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$. Tento čas, z našeho pohledu zanedbatelný okamžik, je obrovský z pohledu fyziky elementárních částic, kde typické časy mohou být 10^{-23} s , a je způsoben tím, že jde o slabou jadernou interakci. Vychází tudíž otázka, jestli je možné vůbec uvažovat o stavbě urychlovače mionů, když se miony během zlomku sekundy rozpadají? Vysvětlení toho, že to v principu možné je, a i vysvětlení toho, jak jsme vlastně mohli miony na zemském povrchu pozorovat, přináší Einsteinova speciální teorie relativity. Miony jsou produkovány, když přilétávající částice kosmického záření (např. protony) interagují s atomy ve vyšších vrstvách atmosféry. Při těchto interakcích vznikají například piony, ty se rozpadají a při jejich rozpadech vznikají miony. Tyto miony mají rychlost blízkou rychlosti světla, ale i tak by se jich polovina měla za $1,5 \mu\text{s}$ rozpadnout – podobně jako u radioaktivního rozpadového zákona – některé uletí jen metry, jiné stovky metrů, po kilometru je jich zhruba pětina. Speciální teorie relativity předpověděla a naše pozorování potvrzují tzv. dilataci času, tj. to, že výše zmíněná střední doba života platí v klidové soustavě mionu, zatímco ve vztažné soustavě spojené se Zemí pozorovatel vidí letící mion žít déle.

Miony jsme původně pozorovali z kosmického záření, ale podobným způsobem jsme se je naučili produkovat i na Zemi. Vezmeme například protony, urychlíme je na dostatečnou energii a necháme je narazit do vhodného terče. Při těchto interakcích budou vznikat například piony. Vhodným magnetickým polem bychom si je mohli usměrnit a počkat, až se piony rozpadnou, a vybrat si z jejich rozpadů právě miony. Ty bychom následně urychlovali v mionovém urychlovači a nechali je srážet s dalšími částicemi. Experimentální výzvou ale je, jestli toto dokážeme udělat efektivně – dostatečně rychle a v dostatečném množství.

Nová fyzika za Standardním modelem

Experimentální motivací k budování nových, výkonnějších urychlovačů je objevit nové částice nebo fyzikální jevy, které jsme zatím nepo-

zorovali nebo nedokážeme popsat pomocí teorie Standardního modelu. Ta je jednou z nejúspěšnějších vědeckých teorií. Přestože vypadá, že dokáže popsat většinu jevů ve srážkách, které dokážeme v laboratoři vytvořit, víme, že nejde o tzv. finální teorii. Standardní model obsahuje zhruba dvacet parametrů, které sám není schopen vysvětlit a my je musíme dodat z experimentu. V tzv. redukcionistickém pohledu doufáme, že objevíme ultimátní teorii, která by měla jednu částici, jeden fyzikální zákon, případně jednu rovnici. V širším pohledu hledání této teorie ale můžeme Standardní model chápat jako přibližnou, efektivní teorii, která při energiích, které jsme dnes schopni vytvořit, výborně aproximuje tuto zatím neznámou teorii.

Fascinující otázkou ale zůstává, jaké nové jevy a částice se mohou vyskytovat při energetických škálách až po tzv. Planckovu energii $E_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c^5/G} = 1,96 \cdot 10^9 \text{ J}$ (v mikrosvětě jde o energii v podstatě o 15 řádů vyšší než umíme prozatím vyrobit). Za předpokladu, že se nám povede dostatečně urychlit částice, tak bychom při srážkách těchto částic mohli vytvořit potřebnou hustotu energie k vytvoření nových, těžkých částic z tohoto intervalu a tím se pokusit zaplnit chybějící místa.

Urychlovače částic

Využití urychlovačů je široké, od základního výzkumu v částicové fyzice, po aplikovaný výzkum ve studiu materiálů, v chemii, biologii až po využití v medicíně. V tomto článku se ale budeme zabývat jejich využitím ve fyzice elementárních částic.

Proč tedy potřebujeme nové a výkonnější urychlovače? Chceme zkoumat nové a neznámé jevy, které jsme doteď pozorovat nemohli. To, že jsme takové jevy prozatím nepozorovali, může být způsobeno tím, že je tzv. účinný průřez produkce těchto jevů (přeneseně pravděpodobnost, že daný jev nastane) hodně malý. Pak by to znamenalo, že bychom museli na daný proces hodně dlouho čekat (experiment – srážku mnohokrát opakovat). Nebo je účinný průřez daného jevu přímo nulový, daný proces nemůže fyzikálně nastat – chceme vyprodukovat novou částici s určitou hmotností M_X , ale nemáme dostatečně výkonný urychlovač – dostatek energie k vyprodukování částice X . Einsteinova populární rovnice $E = mc^2$ poukazuje na ekvivalenci hmoty a energie. Ze zákonů zachování energie a hybnosti pak vyplývá, že musíme mít v těžišťovém systému srážky dostatek energie k vyprodukování nové částice X . Z Einsteinovy teorie také plyne, že při urychlování částic nemůžeme překročit rychlost světla ve vakuu, takže v případě urychlovačů částic většinou neříkáme

rychlost částice, která může být např. $0,9999c$, ale udáváme (kinetickou) energii, na kterou jsme částice urychlili.

Urychlovače částic podle typu urychlovaných částic můžeme rozlišit na leptonové a hadronové. Urychlovače obecně urychlují elektricky nabitě částice pomocí elektrického pole – pole na částici vyvíjí sílu a tím ji urychluje. Podle typu a vlastností tohoto elektrického pole bychom mohli urychlovače dále rozlišovat, ale prozatím bude stačit, že nabitá částice (s elektrickým nábojem rovným velikosti elektrického náboje elektronu) získá kinetickou energii $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, když projde rozdílem elektrického potenciálu 1 V . Jakkoliv se může zdát energie v J malá, z pohledu elementárních částic jde o obří energii a vytvořit takový rozdíl potenciálů není triviální, nemůžeme si představit, že by bylo možné urychlit částici na takovou energii na krátkém úseku – místo toho potřebujeme urychlovací elementy skládat nějakým způsobem za sebe a částice urychlovat postupně. Důležitým parametrem urychlovače pak bude urychlovací gradient. V případě urychlovače LHC dosahují urychlovací prvky gradientu zhruba 5 MV/m . To je důvod, proč je urychlovač LHC kruhový, místo stavění jednotlivých urychlovacích prvků za sebe (urychlovač obdobných parametrů by musel mít zhruba $1\,000$ kilometrů) necháme částici oběhnout kruh, a když se dostane zpět do urychlovacího prvku, tak postupně získá další a další kinetickou energii. Tyto urychlovací prvky tvoří jen malou část celkové délky urychlovače, při jednom jeho oběhu získá proton asi 16 MeV energie.

Začněme urychlovači leptonů: například v tunelu, kde se teď nachází urychlovač LHC, se dříve nacházel urychlovač Large Electron-Positron Collider (LEP), který urychloval a srážel elektrony s pozitrony (antičástice elektronu). Urychlování elektronů má ale své technologické limity. Abychom udrželi nabitou částici obíhat v kruhovém urychlovači, je potřeba silných magnetů, které dráhu částice zakřivují. Tím, že na částici působí tato magnetická síla, částice ztrácí část své energie pomocí takzvaného synchrotronového záření. Bohužel tato energie závisí nepřímo úměrně na čtvrté mocnině hmotnosti částice (energetické ztráty elektronu urychleného na stejnou energii v urychlovači o stejném poloměru jsou 10^{13} krát větší než obdobné ztráty u protonu), takže v určitý okamžik už bychom elektronu dodali stejně energie, kterou by vzápětí zase ztratil. Synchrotronové záření může být velmi vhodné například pro zkoumání vlastností materiálů, ale z pohledu částicového fyzika je energeticky nemožné urychlit elektrony na dostatečně vysoké energie v kruhovém urychlovači.

Hadronovým urychlovačem je pak například výše zmiňovaný urychlovač LHC, který je v současnosti nejvýkonnějším urychlovačem na světě. Tento urychlovač umožňuje urychlovat protony (případně i těžší jádra některých prvků) na energie až $6,5 \text{ TeV} = 6,5 \cdot 10^{12} \text{ eV} = 1,04 \cdot 10^{-6} \text{ J}$. Nevýhodou hadronového urychlovače je to, že srážíme objekty, které samy o sobě nejsou elementární, tj. v každé srážce máme něco navíc – zbytky protonů, které musíme být schopni odfiltrovat od potenciálně zajímavějšího signálu, a jen zlomek celkové energie srážky je k dispozici k produkci nových částic.

Budoucí urychlovače

Vymyšlení a vybudování těchto urychlovačů je nesmírně náročný problém. Ať už z pohledu vědeckého, tak i inženýrského a v neposlední řadě i finančního. Pojďme se podívat na některé z budoucích plánů, kde by urychlovač mionů mohl být vhodnou alternativou.

Magnety, které udržují částice v kruhové dráze urychlovače LHC, jsou elektromagnety, kde proud je veden supravodivými vodiči. Těmi protéká elektrický proud až $13\,000 \text{ A}$ a musí být chlazeny na teplotu -271°C . Jejich magnetické pole je přes 8 T (magnet na ledničku má zhruba $0,001 \text{ T}$, magnetické pole Země je $25\text{--}65 \mu\text{T}$). Pokud bychom chtěli dát budoucí výkonnější urychlovač do tunelu po urychlovači LHC (obvod přibližně 27 km), potřebovali bychom ještě daleko silnější magnety. Výhledem do budoucna jsou tzv. vysokoteplotní supravodiče, které by nemusely potřebovat chlazení kapalným heliem, ale mohly by fungovat při teplotách kapalného dusíku (-196°C) nebo vyšších. Další alternativou je vybudování většího tunelu – v případě projektu Budoucího kruhového urychlovače (Future Circular Collider, FCC) se v CERN plánuje vybudování tunelu až 100 km dlouhého. Předtím, než by se takový tunel budoval, by mohlo být výhodnější postavit menší lineární urychlovač elektronů. Diskutovanými projekty jsou například Mezinárodní lineární urychlovač (International Linear Collider, ILC) [4], případně Kompaktní lineární urychlovač (Compact Linear Collider, CLIC) [5]. V obou případech i tak půjde o lineární urychlovače dlouhé až desítky kilometrů.

Pokud bychom chtěli udělat urychlovač podobného typu menší, tak bychom museli být schopni vyvinout urychlovací prvky s vyšším urychlovacím gradientem. Zde je ale v případě standardního urychlování technologický limit v řádu 100 MV/m . Jinou potenciální možností se zabývá urychlování částic v plazmatu. Plazma je skupenství hmoty, kde je plyn ionizován, rozdělen na elektrony a ionty. V tomto prostředí je například

laserem vyprodukována elektromagnetická vlna, která může urychlovat nabitě částice. Tímto způsobem bylo dosaženo urychlovacích gradientů i o několik řádů vyšších (GV/m) než v případě obvyklých urychlovacích metod. V současné době je ale takto možné dosáhnout urychlení jen omezeného množství částic a na relativně krátké vzdálenosti. Do budoucna ale tyto metody mají velký potenciál.

Pokud by fyzikálními vlastnostmi nepostačoval lineární urychlovač elektronů nebo kruhový urychlovač protonů, tak se nabízí alternativa, kterou by mohl být kruhový urychlovač mionů. Jak již bylo řečeno, miony jsou leptony, takže nemají vnitřní strukturu a jejich srážky jsou tím pádem čistší. Díky tomu, že jsou 200krát těžší než elektrony, tak dává smysl je urychlovat v kruhovém urychlovači a mělo by být možné je urychlit na energie srovnatelné s urychlovačem ILC.

Je nutné podotknout, že v současné době jde spíše o koncepty než reálně postavitelné urychlovače, ale přesto již bylo dosaženo zajímavých výsledků. V produkci mionů existují dva nezávislé koncepty. V jednom je mionový svazek produkován z výkonného svazku protonů ostřelujícího terč z grafitu, případně kapalné rtuti (již ukončený MAP projekt v USA), z kterého jsou silným magnetickým polem vybírány piony, které se posléze rozpadají a produkují miony. Druhým je experiment LEMMA (Itálie), který produkuje miony v interakci pozitronů s energií 45 GeV s elektrony v terči. V těžišťovém systému této srážky je dostatek energie přímo na produkci mion-antimionového páru. Miony produkované v takových procesech vylétávají různými směry a různými rychlostmi. Aby bylo možné takový svazek mionů urychlit jedním směrem, je nutno miony tzv. ochladit (myšleno snížit kinetickou energii jejich chaotického pohybu a usměrnit jejich let). V této oblasti bylo v nedávné době dosaženo pokroku, když byl ověřen princip tzv. ionizačního chlazení (anglicky *ionization cooling*) v experimentu MICE [7]. Při ionizačním chlazení dochází ke snížení této energie mionového svazku při jeho průchodu určitým materiálem (obecně lehké prvky jako vodík nebo lithium), kde miony předávají energii elektronům (ionizují je) v atomovém obalu tohoto materiálu. Existuje sice více způsobů jak ochladit svazek nabitých částic, ale v podstatě jen ionizační chlazení funguje na časových škálách srovnatelných se střední dobou života mionů.

Závěr

V současné době probíhají diskuze, kterým směrem by se měla ubírat částicová fyzika – fyzika vysokých energií – jaký další, výkonnější urych-

lovač by bylo možné postavit k tomu, abychom odkryli další neznámé v naší teorii o tom, jak vznikl a funguje Vesmír. Mionový urychlovač je jednou z možných alternativ pro budoucí urychlovače.

Kruhový mionový urychlovač nabízí urychlování leptonů jako alternativu k lineárním elektronovým urychlovačům. Kruhový urychlovač by byl kompaktnější než lineární, zároveň by leptonový urychlovač přinášel fyzikálně vhodnější prostředí než urychlovač hadronový. Zároveň jde ale o ohromnou experimentální výzvu, jestli bychom dokázali vybudovat urychlovač mionů s parametry obdobnými s urychlovačem protonů nebo elektronů, s kterými už máme veliké zkušenosti.

Literatura

- [1] CERN: *The Large Hadron Collider*. [online] <https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider>.
- [2] Aldebaran Group for Astrophysics: *Částice a interakce, Standardní model*. [online] <https://www.aldebaran.cz/astrofyzika/interakce/standard-model.php>.
- [3] CERN: *Future Circular Collider*. [online] <https://home.cern/science/accelerators/future-circular-collider>.
- [4] ILC International Development Team: *International Linear Collider*. [online] <https://linearcollider.org/>.
- [5] CERN: *Compact Linear Collider*. [online] <https://home.cern/science/accelerators/compact-linear-collider>.
- [6] CERN: *The Advanced Proton Driven Plasma Wakefield Acceleration Experiment (AWAKE)*. [online] <https://home.cern/science/accelerators/awake>.
- [7] MICE Collaboration: Demonstration of cooling by the Muon Ionization Cooling Experiment. *Nature*, 578 (2020), s. 53–59, [online] <https://www.nature.com/articles/s41586-020-1958-9>.
- [8] CERN: *Muon Collider Overview*. [online] <https://muoncollider.web.cern.ch/node/25>.

Thomas Young (1773–1829) – muž, který prý věděl všechno

František Jáchim, Základní škola Dukelská, Strakonice

Abstrakt. Článek pojednává o životě a díle anglického polyhistora Thomase Younga, od jehož narození letos uplyne 250 let. Kromě způsobu, jímž převážně samostatně rozvíjel svoje schopnosti a znalosti z různých oborů, je zmíněna jeho lékařská praxe, podíl na rozvoji egyptologie a zejména přínos pro fyziku. Podrobněji je zmíněna jeho práce v teorii barevného vidění a při zkoumání interference světla.

Jen s malou nadsázkou můžeme takto hovořit o tomto anglickém lékaři a fyzikovi, jehož provázela pověst „chodící encyklopedie“, tedy muže neobyčejného rozhledu, výjimečných schopností a mimořádného elánu. Sám se za výjimečného nepovažoval. Tvrdil, že všichni lidé se rodí se stejnými intelektuálními schopnostmi, záleží pak na každém, jak je rozvine a následně využije.



Thomas Young

Obrázek 1: Thomas Young (1773–1829)

Cesta k vědění

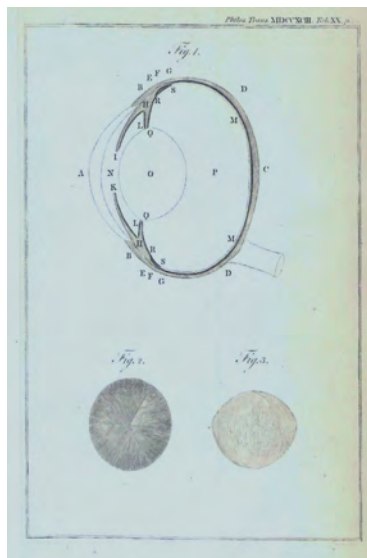
Thomas Young (obr. 1) byl v podstatě zázračné dítě, které ve spojení s usilovnou pílí získalo zcela mimořádný rozhled a osvojilo si obrovské penzum poznatků. Narodil se 13. června 1773 jako první z deseti dětí. Nevyrůstal ve své rodině, nýbrž u dědečka z matčiny strany. Jako dvouletý prý znal význam jednotlivých písmen, ve čtyřech letech četl z bible a jako osmiletý se učil trigonometrii a geodézii. V devíti letech ovládal základní zámečnické práce. Výrobou hraček a zhotovováním všelijakých technických pomůcek si rozvíjel manuální zručnost. A ke všemu se v raném věku ještě naučil několik jazyků. Na vzdělavatele štěstí neměl. Ani od vesnické učitelky ani od duchovního, kteří ho vzdělávali, se mnoho nenaučil. Zato rád vzpomínal na pět let školy v Comptonu, kde si u laskavého a tolerantního profesora Thompsona doplňoval detaily z matematiky a přírodních věd, které ještě neznal. Měl však přečtené Eukleidovy i Newtonovy spisy.

Původně studoval lékařství, ale v době jeho univerzitních studií vypadal jeho denní pracovní rozvrh velmi pestře, přitom neobyčejně náročně. Posuďme: 8 h až 9 h – evropské dějiny, 9 h až 11 h – lékařství, 11 h až 12 h – taneční hodiny (dvakrát týdně), 13 h až 14 h – klavichord a kreslení (obojí dvakrát týdně), 14 h až 15 h – fyzika, 15 h až 16 h – jízda na koni, 16 h až 17 h – lékařství a nakonec hodinka tance. Navíc byl vybaven unikátním rozsahem znalostí jazyků (latina, hebrejšтина, francouzština, italština, chaldejšтина, syrština, arabština, perština, habeština a turečtina). Od roku 1801 působil na Royal Institution jako profesor pro obor fyziky. Jeho postavení bylo na stejné úrovni jako proslulého Humphreye Davyho na katedře chemie. S posluchači si příliš nerozuměl, neboť na ně působil jako „člověk, který všechno ví“, avšak který se k nim lidsky neumí přiblížit a výuka ho ani nijak neuspokojovala. Za dva roky pedagogické činnosti zanechal. Z období 1801–1803 pocházejí jeho přednášky *A course of lectures on Natural Philosophy and Mechanical arts* (900 stran), v té době nejúplnější přehled uvedených oborů. Roku 1818 se stal sekretářem Úřadu zeměpisných dělek spadajícího pod britskou admiraltu. S pověstí všeznalce byl přizván k psaní hesel pro rozsáhlou Encyklopaedia Britannica. Zde uplatnil své znalosti z lékařství, fyziky, historie a jazyků. Přispěl také 46 životopisy významných osobností.

Lékař

Medicině se věnoval na doporučení svého strýce. Nejprve studoval ve skotském Edinburghu a následně v Göttingenu v Německu, kde se spe-

cializoval na fyziologii sluchu. Studia zakončil v Cambridgi roku 1808 disertační prací *O silách, které udržují lidské tělo*, a stal se lékařem pro chirurgii a porodnictví. Po přímém styku s pacienty příliš netoužil. Nikdy si nebyl jist, zda diagnózu stanovil správně, možná dost neobratně seznamoval pacienty s možným zhoršením nemoci, čehož si byl plně vědom, a proto byl rád, když se medicínou mohl zabývat alespoň v kolegiu lékařů londýnské nemocnice sv. Jiří. Za zmínku jistě stojí jeho návod, jak stanovit dávkování léku pro dítě: Dávku pro dospělého násobit věkem dítěte a součin pak vydělit číslem o 12 větším, než je věk dítěte. Vlastní lékařskou praxi však vykonával pouze do roku 1818. Z doby, kdy působil jako lékař, pochází jeho vysvětlení zaostřování oka akomodací čočky vyvolávanou stahy očních svalů (obr. 2). Za toto vysvětlení byl roku 1794 zvolen do vrcholné vědecké společnosti Royal Society, v níž zastával od roku 1802 až do své smrti 10. května 1829 funkci tajemníka pro zahraniční styky. Popsal také astigmatismus oka¹⁾, vadu způsobenou nerovnoměrným zakřivením rohovky.



Obrázek 2: Obrázek oka z Youngova článku Zkoumání vidění z roku 1793. Nahoře řez okem, dole pohled na oční čočku zepředu a ze strany

¹⁾Tj. zobrazení bodu, na nějž hledíme, jako dvou krátkých vzájemně kolmých úseků na sítnici.

Luštitel hieroglyfů

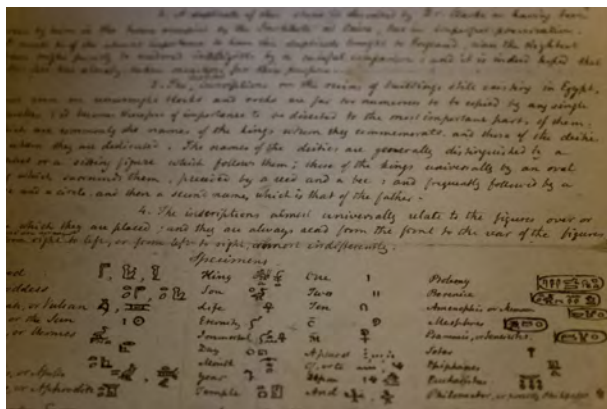
Velkého veřejného ohlasu dosáhl jako egyptolog. Snad náhoda pomohla tomu, že se dozvěděl o podivném čedičovém kameni, na němž byly tři druhy textů, přičemž jeden z nich obsahoval do té doby nečitelné písmo starých Egyptanů – hieroglyfy. Kámen zvaný Rosettská deska (obr. 3) byl nalezen obyčejnými vojáky za napoleonského tažení do Egypta v roce 1799 nedaleko města ar-Rašíd (francouzsky Rosette).



Obrázek 3: Rosettská deska obsahující text psaný hieroglyfickým písmem (nahore), démotickým (uprostřed) a řeckým (dole)

Kompozice tří textů různými písmeny – řeckým, hieroglyfickým a démotickým nabízela úvahu, že jde pravděpodobně o texty obsahově stejné. Jelikož řecký text byl srozumitelný, naskýtala se tu obrovská příležitost k rozluštění dosud nesrozumitelného písma starých Egyptanů – hieroglyfů, a to vzájemným srovnáváním textů. Prvním, kdo začal do tajů dosud záhadného písma pronikat, byl právě T. Young (obr. 4). Kopii desky vlastnil od roku 1814 a po nekonečném prohlížení textů si uvědo-

mil, že hieroglyfické znaky nejsou obrázkové symboly jako u některých druhů písem, nýbrž označují hlásky nebo hláskové skupiny. Padly mu do oka oválné rámečky (kartuše) a vytušil, že v nich – jako ve zdůrazněném textu – jsou nejspíše uvedena jména králů. Vytušil, že stejná jména se vyskytují i v ostatních dvou druhích písma a po přiřazení kartuší ke jménům ve srozumitelných textech našel první ekvivalenty několika hieroglyfů. Podařilo se mu rozluštit 76 skupin písmen z 221. Zatímco Young prozkoumal v hieroglyfickém písmu řadu jednotlivostí, Francouzovi Jeanu Françoisovi Champollionovi (1790–1832) se podařilo porozumět celé struktuře staroegyptského písma, čímž je oprávněně považován za jeho rozluštěle.



Obrázek 4: Youngovy zápisky k práci s hieroglyfy

Barevné vidění

Na pokračí Youngových zkušeností z lékařství a fyziky stojí jeho práce o tom, jak oko vnímá barvy. Ačkoli se zdá, že lidské oko je schopno vnímat širokou škálu barev a jejich odstínů, vyslovil hypotézu o tom, že v oku jsou pouze tři druhy receptorů vnímajících určité barvy – červenou, žlutou a modrou. Ostatní barvy vznikají skládáním vzruchů z těchto receptorů. Když poznal, že žlutá barva vznikne složením červené a zelené, obměnil trojici základních barev na červenou, zelenou a modrou. Stejný počet i druh viděl v oku později německý lékař a filozof Hermann von Helmholtz (1821–1894) a uvedl to v *Příručce fyziologické optiky* v roce 1867 (obr. 5). Domněnky Younga i Helmholtze existenci pouze tří druhů receptorů, tedy o „tříbarevném vnímání“ světla okem, potvrdil až ve 20.

století americký chemik Georg Wald (1906–1997). Vraťme se ale k Youngovi. Měl samozřejmě zájem svoje úvahy o rozkládání a skládání barev prokázat pokusy. V potměšle místnosti promítal přes sebe²⁾ na bílou stěnu světlo ze tří zdrojů (červené, zelené, modré), přičemž je nechával procházet různě barevnými filtry a na stěně pozoroval výsledné barvy.



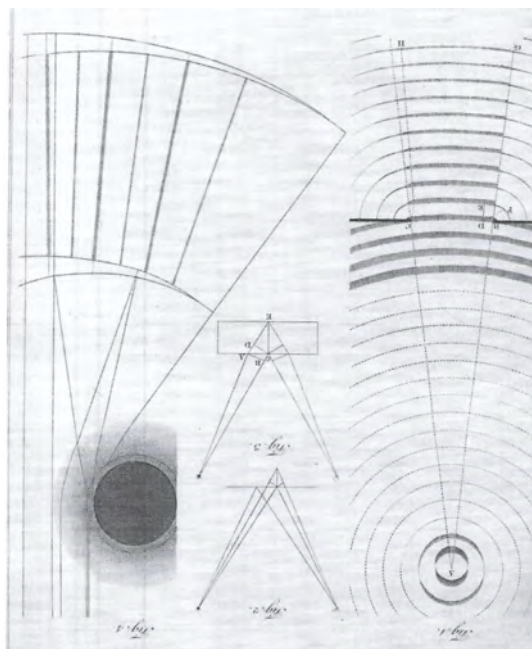
Obrázek 5: Poštovní známka s Helmholtzovým trojúhelníkem barev – ve vrcholech jsou základní barvy, na stranách trojúhelníku přecházejí v barvy složené

Interference

Když T. Young začal anglické Královské společnosti (Royal Society) předkládat své názory na světlo, zejména jeho vlnovou povahu, setkal se s příkrým odmítáním. Jistý H. Brougham doporučoval Společnosti, aby se Youngovými „podivnými“ myšlenkami vůbec nezabývala, má-li si zachovat svoji vážnost. „Nyní prozatím odkládáme slabé výplody tohoto autora, v nichž jsme marně pátrali po nějakých stopách vědění, ostrovtipu a důmyslu, které by vykompenzovaly jeho zřejmý nedostatek solidního myšlení, klidného a trpělivého bádání. . .“. Newton, ač se snažil vysvětlit všechny optické jevy, i když tušil jistou periodicitu světla při pozorování interferenčních proužků, k vlnovému charakteru světla nedospěl. Skutečnost, že interferenční jevy jsou důsledkem skládání alespoň dvou světelných vzruchů (vln), byla jako poznání vyhrazena T. Youngovi. Fyzikální teorie si obvykle razí cestu prostřednictvím pokusů. A ty základní právě Young provedl. Vypadají poměrně jednoduše a dnes si je můžeme snadno zopakovat s pomůckami ze školního kabinetu. Podívejme se nyní, jak fundamentální pokusy Young provedl: Sluneční světlo nechal procházet malým otvorem zhotoveným jehlou, čímž dostal velmi úzký svazek paprsků. Do cesty svazku umístil proužek papíru široký asi jeden milimetr způsobující rozdělení paprsku na dva. Oba paprsky vytvořily po dopadu na stínítko systém světlých a tmavých proužků – zcela

²⁾ Takové míchání barev se nazývá aditivní.

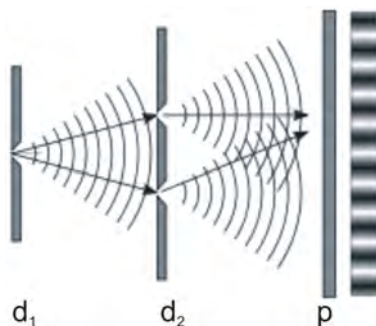
uprostřed byl proužek bílý a směrem k okrajům se objevily proužky zbarvené (obr. 6). Co tímto pokusem dokázal? Předně, že světlo je vlnění. Paprsky světla oddělené papírovým proužkem se na stínítku skládaly – interferovaly – a v místech, kde dopadaly vlny s rozdílem drah rovným sudým násobkům půlvln, vytvářely světlé pruhy, naopak v místech dopadu, v nichž se dráhy lišily o lichý násobek půlvln, se objevovaly proužky tmavé. Barevně „zdobené“ proužky svědčily o tom, že bílé sluneční světlo je světlo složené, tzn., že obsahuje vlnění různých vlnových délek odpovídajících jednotlivým barvám. Pokud odstínil světlo jsoucí po jedné straně papíru, proužky zmizely.



Obrázek 6: Z Youngovy práce *Teorie světla a barev* (1802) – v pravé části obrázku je nakreslen ohyb světelných paprsků za tenkým drátem; barvy obsažené v paprsku bílého světla se odchyľují různě a za drátem vytvoří na stínítku vějíř barevných proužků

Jiný Youngův pokus prokazující vlnovou povahu světla byl obdobně jednoduchý. Světlo nechal procházet malým otvorem v desce. Podle principu objeveného Holanďanem Christianem Huygensem (1629–1695) se

okraje otvoru staly dalšími zdroji vlnění. Světlo se dál šířilo v rozšiřujícím se kuželu a dopadlo na další dva malé otvory a po průchodu jimi vytvořilo na stínítku interferenční obrazce, tedy místa světlá a tmavá (obr. 7).



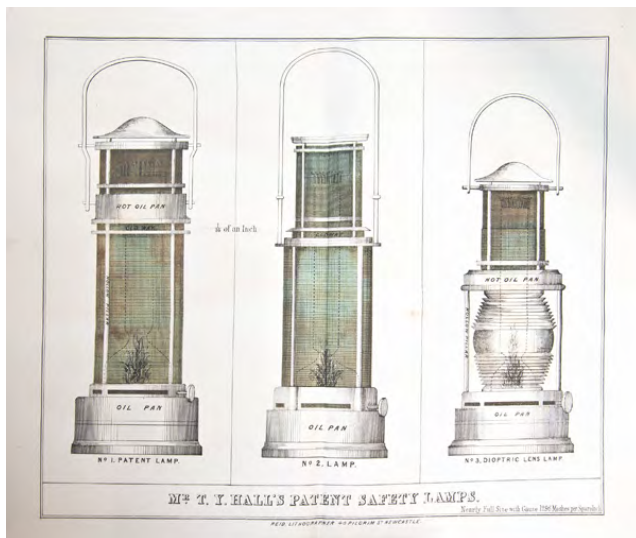
Obrázek 7: Pokus, jímž Young dokázal interferenci světla

K zesilování intenzity dopadajícího světla nebo k jejímu zeslabování docházelo za stejných podmínek jako u pokusu uvedeném výše. Princip skládání vln, při kterém vznikají maxima a minima, Young nejprve odpozoroval na vodní hladině, jestliže se setkávala vlnění jdoucí ze dvou různých míst. Interferenci světla pak vysvětloval jako analogii s chováním vodních vln. Zprávu o tom přednesl v Royal Society 24. listopadu 1803. Obsahovala dvě závažná sdělení: „Tvrdím, že k podobným jevům [tj. jako na vodní hladině – F. J.] dochází, kdykoli se takto směšují dva podíly světla a tj., co nazývám zákonem interference světla.“ Když odkázal na pokusy, jež provedl, sdělil akademikům: „Z pokusů a výpočtů, které jsem předeslal, je nám dovoleno činit závěr, že homogenní světlo se vyznačuje v určité, vždy stejné vzdálenosti ve směru svého šíření opačnými vlastnostmi, schopnými se vzájemně neutralizovat či ničit, tj. vyhasínat světlo tam, kde se náhodou setkají. . . “ Ačkoli Young vycházel z analogie s vodními vlnami, domníval se, že světlo je vlnění podélné obdobně jako zvuk.

Youngovy pokusy inspirovaly Francouze Françoise Dominiqua Araga (1796–1853) a Augustina Jeana Fresnela (1788–1827) k dalšímu zkoumání vlnových vlastností světla a objasnění zdánlivě podivného jevu – polarizace. Fresnel prokázal, že světlo je vlnění příčné.

Jestliže jsme článek uvedli připomenutím Youngovy univerzality, na

závěr ji ještě doplníme. Údajně uměl hrát na všechny tehdy běžné hudební nástroje. Obecně měl rád umění, což lze dokladovat i jeho znalostí výtvarných děl, patrně probuzenou při návštěvě drážďanské galerie na sklonku roku 1796. Studoval možná rizika při zavádění plynového osvětlení Londýna v roce 1814. Pro práci v dolech zhotovil bezpečnou plynovou lampu (obr. 8).



Obrázek 8: Youngova bezpečná důlní lampy

V roce 2023 uplyne 250 let od Youngova narození.

Literatura

- [1] Kraus, I.: *Fyzika v kulturních dějinách Evropy (Století elektřiny)*. ČVUT, Praha, 2008.
- [2] Vrba, V.: K dvoustému výročí narození Thomase Younga. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 18 (1973), s. 247–256.
- [3] Wood, A.: *Thomas Young. Natural Philosopher (1773–1829)*, Cambridge University Press, Cambridge, 1954.
- [4] Pleskotová, P.: *Svět barev*. Albatros, Praha, 1987.

Thomas Young – zázračné dítě

Thomas Young (1773–1829), slavný anglický fyzik, chemik, astronom, technik, lékař, zoolog, botanik, filolog, polyglot, egyptolog, ekonom, hudebník, virtuos na všechny hudební nástroje, zpěvák, malíř, sportovec, tanečník a provazochodec se proslavil především svým pokusem s difrakcí světla na dvou štěrbinách. Od narození byl tím, čemu se říká zázračné dítě, německy Wunderkind a anglicky prodigy. Ve dvou letech přečetl Young bibli, v deseti uměl řecky, hebrejsky, latinsky, francouzsky, italsky, německy, arabsky a persky. Vystudoval oční lékařství, ale zvládl i všechny ostatní vědecké disciplíny. Členem Královské společnosti se stal ve 21 letech.

Ve svých spisech, které vydají za celou encyklopedii, se zabýval nej-různějšími problémy počínaje krevním oběhem, léčením žluté zimnice a vlastnostmi pavouků a konče teorií pružnosti, měsíční atmosférou, metalurgií, stavbou lodí, hudbou, malířstvím a ekonomii. Podařilo se mu rozluštit několik prvních egyptských hieroglyfů na známé Rosettské desce uložené dnes v Britském muzeu. Přitom žil bohatým společenským životem, byl okouzlejícím společníkem v salonech a za pobytu v Německu si neodpustil vystupovat v cirkuse s provazochodeckým číslem, ovšem inkognito, protože na člena Královské společnosti se to jaksí nehodilo. Zemřel v 56 letech sešlostí věkem, neboť jeho intenzivní život vydal za několik jiných.

Když byl Young ještě malé dítě, navštívil se svou příbuznou poprvé Londýn. Zaujaly ho hned knihkupectví a antikvariáty a v jednom z nich začal listovat v knize psané klasickou řečtinou. Antikvář si prohlížel malého hochu ve venkovském oděvu a s úsměvem mu řekl: „Když mi chlapečku přeložíš kousek textu z této knížky, můžeš si ji nechat.“ Malý Young hbitě přeložil celou stránku a chopil se další, tentokrát hebrejsky psané knihy. Užaslý antikvář ještě svou nabídku opakoval, ale když viděl, jak se dítě hravě orientuje v hebrejském textu, oželel ztrátu dvou knih a raději se stáhl.

I. Štoll, Hrátky matematiků a fyziků

ROZHLEDY matematicko-fyzikální

obsah 97. ročníku

MATEMATIKA strana/číslo

D. Bergerová: Game of SIM and Ramsey theory	13/4
V. Čerňanová: Elipsa, dcera z rodiny kuželoseček	19/4
V. Dlab: Připomeňme si podobnost trojúhelníků	18/1
V. Dlab: Kouzlo Sierpiňského trojúhelníku – The Magic of the Sierpiński Triangle	1/2
V. Dlab: Pravoúhlý trojúhelník v pravoúhlém trojúhelníku	24/4
J. Dvořák, M. Snětinová: Simpsonův paradox	29/1
A. Heroudková: p -adická čísla	19/3
A. Jančařík, T. Kepka, I. Volný: Beznulá čísla	13/1
J. Jelínek: Kreslení stereoskopických obrázků	1/1
A. Kasalová: Konstrukce slov s konstantními mezerami	1/3
J. Kostková: Ve víru vírů	19/2
Matematické oříšky: Počet jedniček v číslech od 1 do 1000	32/3
Matematické oříšky: Hrátky s posloupnostmi celých čísel	32/4
Matematické oříšky: Obdélníková kouzla	23/2
Rozhovor s profesorem Vlastimilem Dlabem	6/2
J. Řada: Řešení kvadratické rovnice graficky	14/3
L. Spíchal: Křivka pronásledování, víry a vnořené n -úhelníky	1/4

FYZIKA

M. Blaschke: Turnaj mladých fyziků z pohledu porotce	29/2
P. Hauschwitz: Laserovým nanostrukturováním k funkcionalizaci povrchů	35/1

FYZIKA

strana/číslo

Z. Hubáček: Mionový urychlovač	36/4
F. Jáchim: Nikola Tesla (1856–1943) – průkopník střídavého proudu	41/2
F. Jáchim: Thomas Young (1773–1829) – muž, který prý věděl všechno	44/4
J. Kalová: Známe povrchové napětí vody?	45/3
I. Kraus: Co se fyzikové naučili od básníků	48/3
M. Pokorný: Měření Machova čísla v okrajovém plazmatu tokamaku GOLEM	37/3
P. Pokorný: Energie nabitě desky – aplikace čtyřnásobného integrálu	40/1
K. Rauner: Slapové síly	52/1
V. Šebelík: Laser speckle – neotřelý experiment ve výuce fyziky . . .	35/2
I. Štoll: Blázni, kteří se nezabývají kvantovou mechanikou	60/1
I. Štoll: Thomas Young – zázračné dítě	53/4

ZPRÁVY

T. Bárta: Matematická olympiáda	49/2
S. Gottwald: Zpráva o průběhu Fyzikální olympiády v Praze	54/2
Řešení úlohy MO krajského kola kategorie B	51/2

v letošním školním roce se uskuteční

45. ročník

soutěže Středoškolská odborná činnost (SOČ)

pro zájemce o přírodovědné, technické a humanitní obory



Garantem soutěže je Národní pedagogický institut České republiky. Celostátní přehlídka prací se koná ve spolupráci s Plzeňským krajem, Středním odborným učilištěm elektrotechnickým v Plzni a Gymnáziem Ludka Píka v Plzni.

harmonogram

Školní přehlídka:

únor – březen 2023, dle pokynů střední školy

Okresní přehlídka:

březen – duben 2023

Krajská přehlídka:

duben – 14. květen 2023

Celostátní přehlídka:

16. – 18. červen 2023, SOU elektrotechnické v Plzni



Bližší informace o SOČ najdete na: www.soc.cz

👉 Objednávky časopisu 👈

Objednávky časopisu
Rozhledy matematicko-fyzikální
vyřizuje společnost

MediaCall, s. r. o.

Vídeňská 546/55

639 63 Brno

tel: +420 532 165 165

e-mail: export@mediacall.cz

Objednávky lze realizovat i přes web:

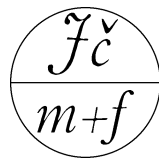
www.zahranicnitisk.com

Pro členy JČMF vyřizuje objednávky předplatného sekretariát JČMF. Předplatné pro rok 2022 činí pro členy JČMF 200 Kč.

Elektronická verze čísla 4/2022 je ke stažení na adrese:

<https://rozhledy.jcmf.cz/wp-content/uploads/RMF-97-4.pdf>

heslo: v2tvi4ka



OBSAH

L. Spíchal: Křivka pronásledování, víry a vnořené n -úhelníky	1
D. Bergerová: Game of SIM and Ramsey theory	13
V. Čerňanová: Elipsa, dcera z rodiny kuželoseček	19
V. Dlab: Pravoúhlý trojúhelník v pravoúhlém trojúhelníku	24
Matematické oříšky: Hrátky s posloupnostmi celých čísel	32
Z. Hubáček: Mionový urychlovač	36
F. Jáchim: Thomas Young (1773–1829) – muž, který prý věděl všechno	44
I. Štoll: Thomas Young – zázračné dítě	53
Obsah 97. ročníku	54

Pokyny pro autory

Příspěvky dodávejte na adresu redakce v elektronické podobě. Nejlépe napsané ve formátu $\text{\LaTeX}$, přijatelný je i formát $\text{\PlainTeX}$, je akceptovatelný i text připravený editorem Word či podobným.

Pokud jde o obrázky, je žádoucí, aby byly připraveny v reprodukovatelné podobě. Každý obrázek nechte v samostatném souboru, nejlépe ve formátu eps nebo pdf. Přípustná je též bitmapa v dostatečném rozlišení.

Ke každému zasílanému příspěvku (ne u soutěží, zpráv a recenzí) přiložte krátkou anotaci v českém jazyce. Dále je žádoucí, aby u každého příspěvku byla uvedena literatura, na kterou je v textu odkazováno.